

Transformación del oleaje en el interior de la zona de rompientes mediante modelos empíricos

INTRODUCCIÓN

El rompimiento de la ola y su avance a partir de este es un proceso complejo que ejerce gran influencia en la formación de la costa al poner en movimiento gran cantidad de sedimento en suspensión. Su estudio es de una importancia indiscutible para los ingenieros costeros debido a la variedad de acciones que se acometen en la costa y que incluye información producida por el mismo.

El comportamiento del oleaje bajo este proceso se ha convertido en un terreno fértil para la investigación, muestra de esto lo constituyen los disímiles modelos que se han llevado a cabo para describir y modelar todo este interesante y enigmático fenómeno, algunos de los cuales se exponen en este trabajo.

Con respecto al grado de complejidad de estos se puede decir que existen modelos muy sencillos que generalmente son empleados para casos de pendiente constante y otros más complejos, basados incluso en soluciones de ecuaciones diferenciales, que pueden ser empleados en perfiles reales.

En aras de buscar precisión en la predicción de las alturas de las olas en esta zona mediante un modelo relativamente sencillo se presenta un método que puede ser aplicado en cualquier tipo de perfil.

TRANSFORMACIÓN DEL OLEAJE HASTA EL PUNTO DE ROMPIENTE

Como las olas presentan determinada simetría hasta el punto de rotura, pueden ser descritas por formulaciones matemáticas para una mejor predicción de sus características y el diseño de las obras de Ingeniería Costera. En este sentido se pueden citar según se presentan hasta el punto de rotura la teoría de Airy ó lineal, la teoría de Stoke 2 y 3, la teoría Conoidal y la teoría de la Onda Solitaria.

Resumen / Abstract

Se presentan diferentes modelos sencillos y se propone uno de corte empírico y utilizable en las prácticas de ingeniería. Los resultados de la transformación del oleaje obtenidos aplicando este modelo han sido validados con las mediciones dentro de la zona de rompiente de Horikawa y Kuo [4]. El modelo en cuestión consigue erradicar las deficiencias fundamentales de los demás, en algunos casos que sólo pueden ser aplicados a perfiles con pendiente constante Andersen y Fredsoe [1], McCowan [5] y en otros casos como la solución explícita a la ecuación diferencial planteada en el modelo de Dally [3] que la convergencia esta sujeta a determinados valores de dx. Lo que permite que el modelo pueda ser utilizado en perfil con irregularidades en su forma, son los coeficientes del mismo que son capaces de captar la recuperación de la ola. Estos modelos son comparados entre si.

Palabras Claves: transformación, ola, rompiente, modelos empíricos.

In this article different simple models are shown and an empirical model is proposed to use in engineering practice. The results from this model have been validated with Horikawa and Kuo [4] measurements. This model eliminates the main deficiencies of others, such as those in Andersen and Fredsoe [1], McCowan [5] and Dally et. al [3]. This model can be used in irregular profiles.

Key Words: transformation, wave, breaking, empirical models.

Dada la complejidad que presentan estas teorías para realizar los cálculos, se toma la más sencilla de estas, la teoría lineal.

Donde las formulaciones correspondientes son las siguientes:

$$H_b = H_o \cdot K_s \cdot K_r \quad [1]$$

donde:

H_b: Altura de la ola en el interior de la zona de rompiente en la sección en análisis [m]

H_o: Altura de la ola en aguas profundas [m]

K_s: Coeficiente de afectación por el fondo [-]

K_r: Coeficiente de refracción [-]

$$K_s = \sqrt{\frac{c_{go}}{c_{gb}}} \quad [2]$$

donde:

c_{go}: Velocidad de grupo ola en el interior de la zona de rompiente en la sección anterior del análisis [m/s]

c_{gb}: Velocidad de grupo ola en el interior de la zona de rompiente en la sección en análisis [m/s]

$$c_g = nc = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \cdot k \cdot h}{\sinh(2 \cdot k \cdot h)} \right) \frac{L}{T} \quad [3]$$

donde:

n:

c: Celeridad de la ola [m/s]

k: Numero de olas [-]

h: Profundidad del agua en la sección de análisis

L: Longitud de la ola [m]

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad [4]$$

$$L = L_o \cdot \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) \quad [5]$$

donde:

L_o: Longitud de la ola en aguas profundas [m]

En aguas profundas c_{go} y L_o se pueden obtener mediante cálculos más sencillos.

$$c_{go} = n c_o = 1/2(1.56 \cdot T) \quad [6]$$

$$L_o = \frac{g \cdot T^2}{2\pi} = 1.56 \cdot T^2 \quad [7]$$

$$K_r = \sqrt{\frac{\cos(\varphi_o)}{\cos(\varphi_b)}} \quad [8]$$

donde:

φ_o: Angulo de la ola en aguas profundas (°)

φ_b: Angulo de la ola en la zona de rompiente (°). Puede calcularse mediante la ley de Snell

$$\varphi_b = \arcsin(\sin(\varphi_o) \cdot no)$$

donde:

no: relación entre la celeridad de la ola en aguas someras y aguas profundas

$$no = \frac{c}{c_o} = \tanh(k \cdot h) \quad [9]$$

A pesar de que la ola va transitando por diferentes teorías hasta que llega al punto de rompimiento, como ya se conoce, esta formulación es aceptable.

El problema radica en como representar el comportamiento de la misma en el interior de la zona de rompiente, porque estas teorías describen olas simétricas y en dicha zona la ola no cumple con esta característica comportándose como un muro avanzando hacia la orilla. No obstante, se pudiera decir que la teoría de la onda solitaria es la que mejor describe este comportamiento de la ola. Esto se debe a que la ola viaja completamente por encima del nivel medio del mar (NMM).

A lo largo del tiempo han aparecido decenas de modelos, unos más complejos que otros, que describen el comportamiento de la altura de ola en el interior de la zona de rotura.

MEDICIONES DE HORIKAWA Y KUO (1966)

Las mediciones llevadas a cabo por Horikawa y Kuo [4] han servido como base de validación a varios modelos que describen el comportamiento de las alturas de la ola en el interior de la zona de rompiente. Las mismas se realizaron para cuatro pendientes de fondo, tal y como se muestra en la siguiente figura.

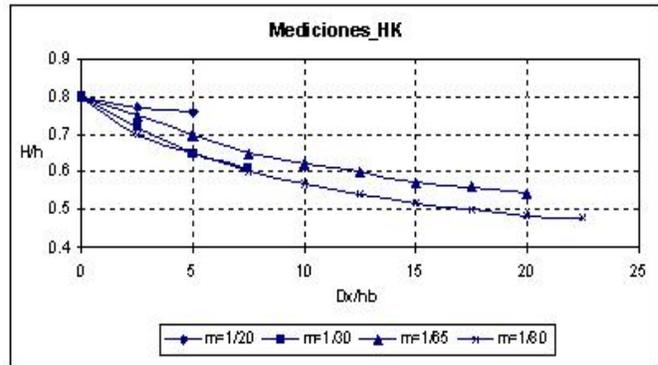


Figura 1. Mediciones de alturas de olas en fondos con pendientes después de la rotura medidas por Horikawa y Kuo [4]

MODELO DE MCCOWAN (1891)

McCowan [5] a partir de la teoría de la onda solitaria llegó a la conclusión de que la ola rompe a una profundidad de $H/0.78$ y la altura de la ola va cambiando a razón de $0.78 h$, expresado matemáticamente como:

$$H = 0.78 \cdot h \quad [10]$$

donde:

h: Profundidad local [m]

MODELO DE ANDERSEN Y FREDSOE (1983)

Teniendo en cuenta trabajos de mediciones realizadas por Horikawa y Kuo [4] plantearon la siguiente relación empírica. Este modelo se aplica a perfiles con pendientes constantes.

$$\frac{H}{D} = 0.5 + 0.3 \cdot \exp\left(-0.11 \cdot \frac{\Delta x}{Db}\right) \quad [11]$$

donde:

H: Altura de la ola [m]

D: Profundidad del mar en la sección de interés [m]

Δx : Distancia entre dos secciones consecutivas [m]

Db: Profundidad en el punto de rompimiento [m]

MODELO DE DALLY, DEAN Y DALRYMPLE (1985)

El modelo de Dally [3] es el utilizado por el Cuerpo de Ingenieros de la Armada Norteamericana, en el modelo RCPWAVE, así como en otros programas, tales como el GENESIS, ACES, NMLong-CW, entre otros. Este modelo propone calcular la variación de la altura de ola al interior de la zona de rompimiento a partir de la ecuación diferencial ordinaria.

El mismo no toma en cuenta la analogía del tipo ola de marea para describir la disipación de energía. Está basado en el análisis de los resultados experimentales de Horikawa y Kuo [4]. Este experimento mostró que cuando una ola rompiente entra a un área con fondo horizontal, la rotura continua, y la altura de la ola decrece, hasta que busca un valor de aproximadamente 0.4 veces la profundidad. Similarmente a esto, fue encontrado que en pendientes constantes, pero moderadas la altura de la ola se aproximaba asintóticamente a la relación de 0.5 veces la profundidad. El modelo, por tanto, requiere que haya un flujo de energía de la ola estable correspondiente a una altura estable de $H=KD$.

La principal suposición del modelo es entonces que la disipación de energía es proporcional a la diferencia entre el flujo de energía actual y el flujo de energía estable.

$$\frac{d(H^2 \cdot \sqrt{h})}{dx} = -\frac{K_1}{h} \cdot (H^2 \cdot \sqrt{h} - K^2 \cdot h^{2.5}) \quad [12]$$

donde:

K_1 : constante, cuyo valor es de 0.15

K: constante, cuyo valor es de 0.4

dx: Distancia entre secciones de estudio.

Esta ecuación puede ser combinada con la de momentum para formar un modelo en la zona de rompiente. Mediante la calibración Horikawa y Kuo [4] obtuvieron los valores de K y K_1 . Este modelo es capaz de reproducir la pausa en la rompiente a una altura de ola finita en un fondo horizontal donde el modelo, usando la analogía del tipo ola de marea para los cálculos de la disipación de

energía, de un decrecimiento gradual y continuo en la altura de la ola debido a la rotura de la ola, Trujillo [7].

Esta ecuación se resuelve sobre fondos reales mediante un esquema de diferencias finitas. Un esquema sencillo para resolver la iteración $i+1$, conocida la altura de ola en i puede ser:

$$2 \cdot H_i \cdot h_i \cdot \frac{H_{i+1} - H_i}{x_{i+1} - x_i} + \frac{H_i^2}{2} \cdot \frac{h_{i+1} - h_i}{x_{i+1} - x_i} = -K \left[H_i^2 - \gamma^2 \cdot h_i^2 \right] \quad [13]$$

La solución para H_{i+1} es:

$$H_{i+1} = \frac{5H_i}{4} - \frac{H_i h_{i+1}}{4h_i} - \frac{K(x_{i+1} - x_i)}{2H_i h_i} (H_i^2 - \gamma^2 h_i^2) \quad [14]$$

Para que el esquema numérico explícito anterior se aproxime a la solución real, los incrementos de x deben estar en correspondencia con la evolución de la profundidad. Una regla sencilla, es la realización de las iteraciones con incrementos de x del orden de la profundidad, Medina y González [6].

Para pendiente constante después de la rotura:

Si $h_{(x)} = h_b - x \tan b$, la solución es:

$$\frac{H}{H_b} = \left[\left(\frac{h}{h_b} \right)^r (1 + \alpha) - \alpha \left(\frac{h}{h_b} \right)^2 \right]^{1/2} \quad [15]$$

donde:

$$\alpha = \frac{K\gamma^2}{\tan(\beta) \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{K}{\tan(\beta)} \right)} \left(\frac{h}{H} \right)_b^2; \quad r = \frac{K}{\tan(\beta)} - \frac{1}{2} \quad [16]$$

K y g: Coeficientes empíricos

$\tan(\beta)$: Pendiente del fondo

H: Altura de ola calculada

Hb: Altura de ola en la línea de rotura

h: Profundidad local

hb: Profundidad en la línea de rotura

MODELO PROPUESTO

El modelo de transformación del oleaje que se presenta es de corte empírico, y está validado con los mediciones de la variación de la altura de la ola medidas dentro de la zona de rompiente por Horikawa y Kuo [4]. A pesar de ser un modelo sencillo puede ser utilizado también para perfil con irregularidades en su forma, como lo son los reales, esto se debe a que capta la recuperación de la ola mediante los coeficientes del modelo.

El modelo propuesto es el siguiente:

$$H_{i+1} = K_p \cdot K_L \cdot H_i^n \quad [17]$$

$$K_p = \frac{h_{i+1}}{h_i}, \quad K_L = \frac{L_{i+1}}{L_i} \quad [18]$$

donde:

H: Altura de la ola en el interior de la zona de rompiente [m].

K_p : Coeficiente de profundidades [m].

K_L : Coeficiente de Longitud de onda [m].

n: Coeficiente (=0.97) [m].

i: Ubicación puntual de la ola [m].

h: Profundidad local del agua [m].

L: Longitud de la ola [m].

Los resultados de este modelo se realizaron aplicando la teoría lineal del oleaje para el cálculo de la longitud de la ola. Los intentos con la teoría de la onda solitaria no fueron fructíferos.

Selección del exponente «n»

El grado de curvatura de la función depende estrechamente del coeficiente «n», lo que hace que la obtención del mismo sea un asunto delicado.

Para determinar cual es el valor apropiado se realizaron varias pruebas con diferentes coeficientes (0.5, 0.8, 0.9, 0.92, 0.95, 0.97, 0.98 y 1.5) y se obtuvo la diferencia máxima, en centímetros, entre la altura de ola medida y calculada para cada juego de datos, lo que contabilizó un total de 72 pruebas. Los juegos de datos y los resultados se presentan en las siguientes tablas:

Tabla 1. Relación de los juegos de datos.

No.	Talud "m" (-)	Altura de Ola "H" (m)	Periodo de la ola "T" (s)
1	30	1.0	5.3
2	65	3.4	7.6
3	80	6.8	10

Tabla 2. Diferencias máximas (cm)

n	<u>m=30</u>			<u>m=65</u>			<u>m=80</u>		
	H=1m	H=3.4m	H=6.8m	H=1m	H=3.4m	H=6.8m	H=1m	H=3.4m	H=6.8m
	T=5.3s	T=7.6s	T=10s	T=5.3s	T=7.6s	T=10s	T=5.3s	T=7.6s	T=10s
0.5	15	119	332	19	150	401	25	133	368
0.8	3	61	200	11	86	263	20	69	234
0.9	8	27	112	12	47	172	22	32	143
0.92	10	18	87	12	37	147	23	23	120
0.95	12	4	41	15	17	96	27	20	68
0.97	13	14	9	18	15	46	30	36	38
0.98	14	20	26	19	24	21	31	46	66
1.5	130	3095	33488	2*10 ^{^5}	2*10 ^{^12}	1*10 ^{^20}	2*10 ^{^5}	8*10 ^{^18}	3*10 ^{^30}

De la tabla se puede apreciar que el valor de 1.5 para el coeficiente produce diferencias que son inaceptables a simple ojo. Por lo que se recomienda que valores mayores que 1 no se tomen en cuenta. Por su parte, el valor de 0.5 produce valores altos en más de la mitad de los casos (6/9). El valor de 0.8 produce las menores diferencias para la menor condición de oleaje, sin embargo, para la mayor condición no es válido. Esto indica que sólo se pudiera utilizar para condiciones de oleaje de verano. Teniendo en cuenta esto y lo visto en el punto anterior tampoco deben considerarse valores menores de 0.8. Sin embargo, valo-

res mayores de 0.95 producen las menores diferencias máximas para las restantes condiciones de oleaje y para las condiciones de verano produce diferencias aceptables. Lo cual indica que el exponente debe situarse entre 0.95 y 1. Por último, los valores de 0.97 y 0.98 abarcan la gran mayoría de los resultados expuestos en el punto anterior (4/6). Debido a esto, se recomienda utilizar valores entre 0.97 y 0.98, para el modelo en cuestión se tomó 0.97, por presentar mejores resultados.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como se ha mencionado anteriormente los resultados de ese modelo han sido comparados con las mediciones realizadas por Horikawa y Kuo [4] en 1966.

El modelo ha sido analizado para 7 condiciones de oleaje, que van desde alturas de ola de 0.5 hasta 8m, para abarcar el espectro posible. Las mismas se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 3. Condiciones de oleaje para la validación del modelo

No. Condición	1	2	3	4	5	6	7
Altura de ola (m)	0.50	1.80	2.55	3.15	4.65	6.50	8.00
Período de la ola (s)	2.1	3.8	5.0	6.3	7.2	10.0	8.5

Los resultados de este modelo también son comparados con los modelos mencionados anteriormente. Para corroborar esto se presentan en las siguientes figuras los casos más representativos.

Observando estos gráficos se puede apreciar la similitud que existe entre el modelo propuesto y las mediciones en cuanto a valores de las alturas de ola y forma potencial decreciente que deben describir las mismas en el interior de la zona de rotura, así como también se puede notar como el modelo se aproxima en gran medida a los resultados obtenidos de la ecuación diferencial para la variante de pendiente constante (Línea carmelita) y para la solución general (Línea verde).

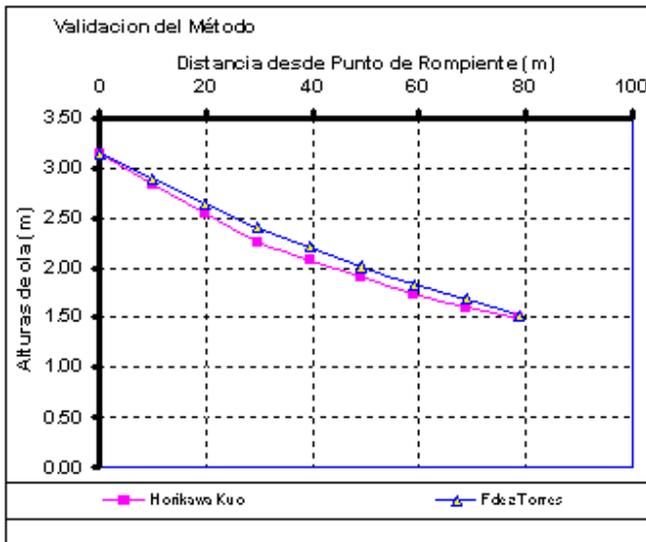


Figura 2. Evolución de la ola para $H_b=3.15m$, $T = 6.3s$, $m = 65$

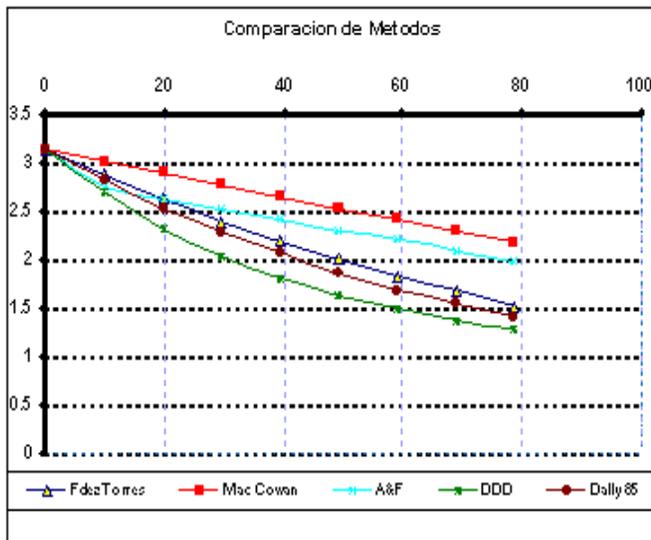


Figura.3 Comparación de métodos para $H_b=3.15m$, $T = 6.3s$, $m = 65$

Tratamiento de errores

Para confirmar la precisión del modelo se han calculado los errores relativos máximos y medios para las 7 condiciones de oleaje presentadas, no sólo del modelo propuesto con las mediciones, sino también de los demás modelos. Lo cual se puede apreciar en las siguientes figuras donde se tomaron las muestras significativas de las corridas.

De aquí se puede apreciar como para las alturas de ola de 0.5m el modelo arroja los mayores errores relativos, del orden de la docena. No obstante, estos resultados no deben tomarse en cuenta, pues alturas de ola de 0.5 m no son utilizadas en los trabajos de ingeniería costera, ocurriendo lo contrario con alturas mayores de 2m, que son las que predominan en estas acciones.

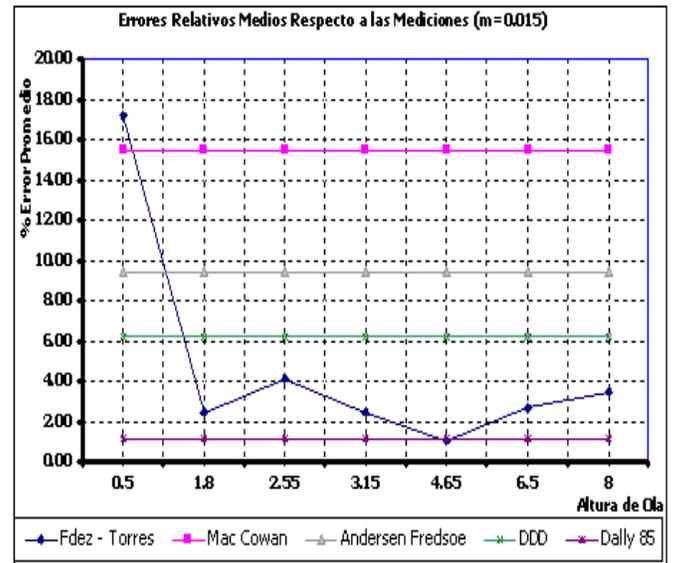


Figura 4. Errores relativos medios para $m = 65$

Para estos casos, el modelo responde con errores relativos menores del 6%, lo cual es un resultado muy estimulante, además de encontrarse entre las dos soluciones del modelo de Dally [3]. Por otra parte, se observa que los errores arrojados por el modelo propuesto tiene un comportamiento diferente, estos no se mantienen constantes para cualquier condición de oleaje, lo cual se debe al comportamiento no lineal de la variable Altura de Ola, H

REFERENCIAS

1. Andersen, O.H. y Fredsoe, J. (1983). Transport of suspended sediment along the coast. Progress report No. 59, Inst. Of Hydrodynamics and Hydraulic engineering, ISVA, Techn. Univ. of Denmark.
2. Battjes, J.A. y Jansen, J.P.F.M. (1978). Energy loss and set up due to breaking in random waves. Proc. 16 th Coastal Eng. Conf., Hamburg.
3. Dally, W.R., Dean, R.G. y Dalrymple, R.A. (1985). Wave height variation across beaches of arbitrary profile. J. Geophys. Res.
4. Horikawa, K. y Kuo, C.T. (1966). A study on wave transformation inside surf zone. Proc. 10th Coastal Eng. Conf., Tokyo, pp. 217-133.
5. McCowan, J., (1891). On the solitary. Phil. Maq., series 5, 32.
6. Medina, R. y González E. «Curso Internacional Morfodinámica de playas», Departamento de Mecánica de Fluidos y Ciencias Térmicas, Sección Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, Universidad del Valle, Colombia, 1996
7. Trujillo L. Estudio de diferentes teorías de oleaje y su aplicación al transporte de sedimentos en playas. Tesis en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echevarria, Ciudad de La Habana, 2005.