

Simulación hidráulica de sistemas fuentes por bombeo por campos de pozos: 2da parte

Yaset Martínez Valdés

E-MAIL: yaset1977@gmail.com

Centro de Investigaciones Hidráulicas, Universidad Tecnológica de la Habana "José Antonio Echeverría"

Félix Riaño Valle

E-MAIL: riano@tesla.cujae.edu.cu

Centro de Investigaciones Hidráulicas, Universidad Tecnológica de la Habana "José Antonio Echeverría"

RESUMEN

En esta segunda parte sobre la temática de simulación hidráulica de los sistemas fuentes por bombeo, centrada en los campos de pozos, se aborda el método de las bombas virtuales. Se presenta la referida metodología, como un procedimiento sencillo para resolver problemas de bombas conectadas en paralelo, cuando las condiciones de instalación y/o características hidráulicas de las bombas acopladas, no son iguales. Deben entenderse que las bombas rotodinámicas virtuales, son máquinas imaginarias que carecen de tuberías de succión e impulsión secundarias. Las mismas están formadas por la bomba real y todos los accesorios y tuberías hasta el punto de unión (nodo) con la tubería de impulsión principal. Estos equipos se caracterizan por trabajar siempre contra la misma carga total cuando operan en paralelo. Se presenta la resolución del ejemplo planteado en el primer artículo sobre este tema, con el fin de comparar los resultados obtenidos por esta metodología con el del método de iteración en el nodo, objetivo de esa primera parte.

PALABRAS CLAVES:

Simulación, hidráulica, sistemas fuentes, bombeo, campo pozos

Hydraulic simulation of pumped wellfield source systems: Part 2

ABSTRACT

In this second part on the subject of hydraulic simulation of pumped well source systems, focusing on well fields, the virtual pump method is discussed. simulación, hidráulica, sistemas fuentes, bombeo, campo pozos It should be understood that virtual rotodynamic pumps are imaginary machines without secondary suction and delivery pipes. They consist of the real pump and all the accessories and piping up to the node with the main delivery pipe. These units are characterized by the fact that they always work against the same total load when operating in parallel. The solution of the example presented in the first article on this subject is presented in order to compare the results obtained by this method with those obtained by the iteration method at the node, the objective of this first part.

KEYWORDS: Simulation, hydraulics, source systems, pumping, field wells

01 INTRODUCCIÓN

La simulación hidráulica de los sistemas fuentes por bombeo en régimen permanente consiste en obtener los caudales circulantes por las tuberías y la carga en los nudos del sistema mediante las ecuaciones de equilibrio del sistema (ecuación de conservación de la masa, o de continuidad y la ecuación de conservación de la energía) a partir de conocer: consumo puntual en los nodos (si los hubiera), la carga piezométrica en al menos un nudo, y las características relevantes de las conducciones (diámetro, rugosidad y longitud) y del resto de los elementos del sistema (bombas, válvulas, accesorios, etc.) (Cabrera 2009).

Mediante el proceso de simulación se pueden evaluar las respuestas de los sistemas fuentes por bombeo para determinadas condiciones de funcionamiento. Existen varios métodos para realizar el proceso de simulación en los sistemas fuentes por bombeo, en el cual se incluyen los campos de pozos (sistema ramificado interconectado multinodal), los cuales pueden agruparse en varios grupos: métodos basados en el método de Newton-Raphson; métodos basados en la teoría de Hardy-Cross; métodos basados en la teoría lineal; métodos basados en formulaciones topológicas de la red (Método del Gradiente); método de iteración en el nudo; método de la Bomba Virtual; entre otros (Fuertes et al 2002) (Martínez y Riaño 2025).

En la primera parte de una serie de artículos sobre esta temática, se expuso el método de iteración en el nudo, aplicado a un ejemplo práctico bastante común en la práctica ingenieril (Martínez y Riaño 2025). En esta segunda parte, el objetivo de este trabajo se centra en el desarrollo del último de los referidos métodos, el método de la Bomba Virtual. Este es un procedimiento de cálculo sencillo y práctico, recomendable para aquellos casos donde haya bombas rotodinámicas conectadas en paralelo, cuando las condiciones de instalación y/o características hidráulicas de las bombas acopladas no son las mismas (Caso 4, caso general) (Martínez y Riaño 2010).

02 DESARROLLO

El método de la Bomba Virtual, aunque resulta ser un procedimiento más sencillo que los métodos iterativos mencionados anteriormente, ha sido poco estudiado y aplicado. El concepto de bombas virtuales simplifica el cálculo hidráulico de los puntos reales de operación y en general la comprensión física del problema. Si para un sistema de bombeo dado se toma como curva característica de la bomba virtual una que incluya tanto la tubería de succión como la de impulsión hasta el punto de descarga, se tendría que la longitud del sistema contra el cual se bombearía sería cero y las pérdidas de carga correspondientes, nulas. Consecuentemente la curva característica de este sistema estará dada simplemente por los valores de altura estática versus caudal (Galvis y Castilla 1993).

Las bombas rotodinámicas operando en paralelo se influyen mutuamente: el caudal, la carga, la potencia y la eficiencia de cada una de ellas depende esencialmente de los regímenes de carga individuales de las bombas que funcionan conjuntamente. Los casos de operación para el trabajo de bombas rotodinámicas en paralelo son (Pardo y Ruiz 1980, Martínez 2011):

- **Caso 1:** bombas de iguales características hidráulicas, operando contra sistemas de tuberías iguales hasta el punto donde comienza la tubería común de impulsión (nudo). Para este caso, se cumplen las condiciones planteadas apuntadas anteriormente, es decir, las bombas estarán operando contra la misma carga, por tanto, se cumplirá perfectamente que se sumen los gastos para cargas iguales

- **Caso 2:** bombas de iguales características hidráulicas, operando contra sistemas de tuberías diferentes hasta el punto donde comienza la tubería común de impulsión (nodo). Para este particular, como los sistemas de tuberías son diferentes hasta el punto de unión de las tuberías de descarga secundarias de las bombas, se puede afirmar que estas bombas no están operando contra la misma carga, pues, en definitiva, están operando contra sistemas diferentes.
- **Caso 3:** bombas de diferentes características hidráulicas, operando contra sistemas de tuberías iguales hasta el punto donde comienza la tubería común de impulsión (nodo). Para este escenario, se tiene que los sistemas de tuberías son iguales para cada bomba, pero, por tratarse de bombas diferentes, los gastos serán también diferentes, por consecuencia, las pérdidas que se producen en cada tramo hasta el punto de unión serán diferentes, siendo, por tanto, distintas las curvas de los sistemas individuales, implicando esto que las bombas estén operando contra cargas diferentes a la salida de las mismas.
- **Caso 4:** bombas de diferentes características hidráulicas, operando contra sistemas de tuberías diferentes hasta el punto donde comienza la tubería común de impulsión (nodo). Este es el llamado caso general, para el cual es evidente, por todo lo anteriormente expuesto en los casos 2 y 3, que las bombas estarán operando contra diferentes cargas.

TRATAMIENTO ANALÍTICO DE LAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS BOMBAS ROTODINÁMICAS ACOPLADAS EN PARALELO

Las ecuaciones que modelan las tres curvas características de diseño de las bombas rotodinámicas acopladas en paralelo para el caso con características hidráulicas iguales son (Turiño 1996, Martínez 2011):

$$\text{Curva carga-capacidad (paralelo), (HP-Q): } H_p = A \pm \frac{B}{n_b} Q - \frac{C}{n_b^2} Q^2 \quad (1)$$

donde: HP: carga que desarrollan las bombas acopladas en paralelo, (m); A: coeficiente del polinomio representativo de la curva H-Q que define el valor de la carga que desarrolla la bomba para caudal cero o válvula cerrada, (m); B y C: coeficientes del polinomio representativo de la curva H-Q que están en función de las pérdidas de carga en el interior de la bomba, (s/m²), (s²/m⁵) respectivamente; Q: caudal impulsado por la combinación de las bombas en paralelo, (m³/s) y n_b: número de bombas trabajando en paralelo.

$$\text{Curva potencia-capacidad (paralelo), (PP-Q): } P_p = D n_b \pm E Q \mp \frac{F}{n_b} Q^2 \quad (2)$$

donde: PP: potencia absorbida por las bombas trabajando en paralelo, (kW); D: coeficiente del polinomio representativo de la curva P-Q, que define el valor de la potencia consumida por la bomba para caudal cero, (kW) y E y F: coeficientes del polinomio representativo de la curva P-Q dependientes de las pérdidas de potencia de la bomba, (s·kW/m³), (s²·kW/m⁶) respectivamente.

$$\text{Curva eficiencia-capacidad (paralelo), (ηP-Q): } \eta_p = \frac{G}{n_b} Q - \frac{H}{n_b^2} Q^2 \quad (3)$$

donde: ηP: eficiencia de la combinación de bombas en paralelo, (adim.) y G y H: coeficientes del polinomio representativo de la curva η-Q, (s/m³), (s²/m⁶) respectivamente.

El comportamiento de la NPSHr de las bombas no cambia cuando son colocadas en serie o en paralelo, ya que por definición es una variable que caracteriza la capacidad de succión de una bomba y por lo tanto es independiente del tipo de acople.

MÉTODO DE LAS BOMBAS VIRTUALES

En la práctica cotidiana se han utilizado diferentes procedimientos para determinar los puntos de operación de cada una de las bombas que trabajan, bien sea individualmente o en paralelo y que descargan contra un mismo sistema principal de impulsión. Estos procedimientos se pueden resumir de la manera siguiente:

1. Las pérdidas de carga en la succión y en la impulsión secundaria de cada bomba (sin incluirle conducto o sistema principal de impulsión) son despreciadas para el cálculo de la curva característica del sistema de tuberías.
2. Despreciar las diferencias en las pérdidas de carga que puedan existir en la impulsión secundaria y succión de las bombas e incluir las pérdidas de carga que se consideren importantes en esta parte de la instalación para el cálculo de la curva característica del sistema de tuberías de impulsión principal.

Ya que en los dos criterios anteriores se consideran iguales las pérdidas en la parte del sistema de conductos propios de cada máquina, se tiene entonces que, si las bombas trabajan en paralelo y elevan desde el mismo nivel en la succión, ellas deberán trabajar necesariamente contra la misma carga total. Es de anotar que procedimientos de cálculo basados en los criterios anteriores, particularmente en el segundo, producen buenos resultados para algunos problemas prácticos, especialmente cuando las pérdidas de carga en los conductos propios de cada bomba son pequeñas comparadas con las que se presentan en la tubería de descarga principal y por lo tanto no determinan la forma de la curva característica del sistema contra el cual se bombea (Castilla y Galvis 1993).

Conceptualmente, las bombas virtuales son máquinas imaginarias que carecen de tuberías de succión e impulsión secundarias. Estas bombas están formadas por la bomba real suministrada por el fabricante y todos los accesorios y tuberías hasta el punto de unión con la tubería de impulsión principal. Estos equipos se caracterizan por trabajar siempre contra la misma carga total cuando operan en paralelo, sin que para conseguirlo se requieran suposiciones que puedan implicar soluciones solo aproximadas, como sucedería con los criterios anteriores. Este concepto de bombas virtuales simplifica grandemente el cálculo hidráulico de los puntos reales de operación y en general la comprensión física del problema (Martínez y Riaño 2024).

Si para un sistema de bombeo dado se toma como curva característica de la bomba virtual una que incluya tanto la tubería de succión como la de impulsión hasta el punto de descarga, se tendría que la longitud del sistema contra el cual se bombearía sería cero y las pérdidas de carga correspondientes, nulas. Consecuentemente la curva característica de este sistema estaría dada simplemente por los valores de carga versus caudal (Martínez and Riaño 2025).

Técnicamente hablando, las bombas virtuales son una analogía en su comportamiento hidráulico a la instalación de un diafragma entre la brida de impulsión de una bomba rotodinámica y la brida de la tubería de descarga. Hay que tener en cuenta que esto constituye un estrangulamiento puro cuyas pérdidas afectan directamente a la curva característica de carga-capacidad de la bomba. Cómo es conocido las pérdidas de presión (pérdidas de carga) debida al diafragma sigue una curva cuadrática

o parabólica, por lo cual la nueva curva característica de la bomba, al colocar el diafragma calibrado, difiere de la curva anterior en todos sus puntos por la caída la presión (Martínez and Riaño 2025).

Este método puede utilizarse para cualquiera de los cuatro esquemas de diseño de bombas trabajando en paralelo, en especial, se recomienda para el caso 4 (caso general). Como se ha apuntado, esta es una metodología de cálculo alternativa a los métodos numéricos para la simulación de los sistemas de bombeo, en específico para los sistemas fuentes por bombeo. Hidráulicamente, es un procedimiento para abordar el problema del funcionamiento de bombas rotodinámicas trabajando en paralelo en tuberías ramificadas con tramos de tubería independientes y comunes.

PLANTEAMIENTO DEL MÉTODO DE LAS BOMBAS VIRTUALES

Tomando como referencia la figura 1, se aplica la ecuación de Bernoulli desde los niveles del agua en los depósitos de succión de cada bomba, hasta el punto A (nodo común o central del sistema fuente por bombeo), en donde existe una carga H_A (carga piezométrica en el nodo A) común a las conexiones entre las estaciones de bombeo B_1 y B_2 con el nodo A. En este caso, los caudales de las bombas individuales, se suman en este nodo, el comienzo del tramo común. Eso supone que los valores de las cargas totales de las bombas tienen que ser iguales en este punto (SIHI 2003).

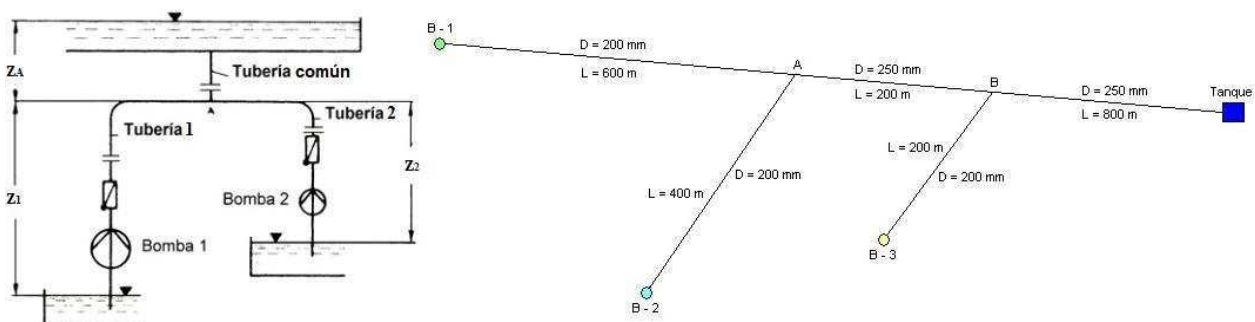


Figura 1. Funcionamiento de bombas rotodinámicas de diferentes características hidráulicas en paralelo con tramos de tubería independientes y comunes (Caso 4) (imagen izquierda). Ejemplo de esquema de operación de un sistema fuente por bombeo para un campo de pozos (imagen derecha).

La carga total en el nodo A se obtiene de las curvas características de H vs. Q de cada bomba individual, reduciéndolas según las curvas del sistema de cada sistema individual (tramos no comunes). Por el sistema B_1 -A se obtiene:

$$H_1 \pm Z_1 = H_A + h_{fB1-A} \quad (4)$$

Mientras que por el ramal B_2 -A:

$$H_2 \pm Z_2 = H_A + h_{fB2-A} \quad (5)$$

donde: H_1 : carga total de la bomba 1, (m); H_2 : carga total de la bomba 2, (m); H_A : carga en el nodo A, (m); Z_{s1} : altura del nivel del agua en el depósito de succión de la estación de la bomba 1, respecto a un plano de referencia establecido, (m); Z_{s2} : altura del nivel del agua en el depósito de succión de

la estación de la bomba 2, respecto a un plano de referencia establecido, (m); hf_{B1-A} : pérdidas de carga por el ramal B_1-A , (m) y hf_{B2-A} : pérdidas de carga por la línea B_2-A (m).

Las ecuaciones 4 y 5 dan las bases teóricas para analizar el comportamiento de las bombas que trabajan en paralelo. En su forma general y para cualquier número de bombas conectadas a un mismo nodo (para este ejemplo el nodo A), dichas ecuaciones se transforman para obtener la ecuación general de una bomba virtual B_{nA} (expresión 6). Gráficamente este proceso de transformación se puede observar en la figura 2.

$$H_A = H_n \pm Z_n - hf_{Bn-A} = H_{nA} \quad (6)$$

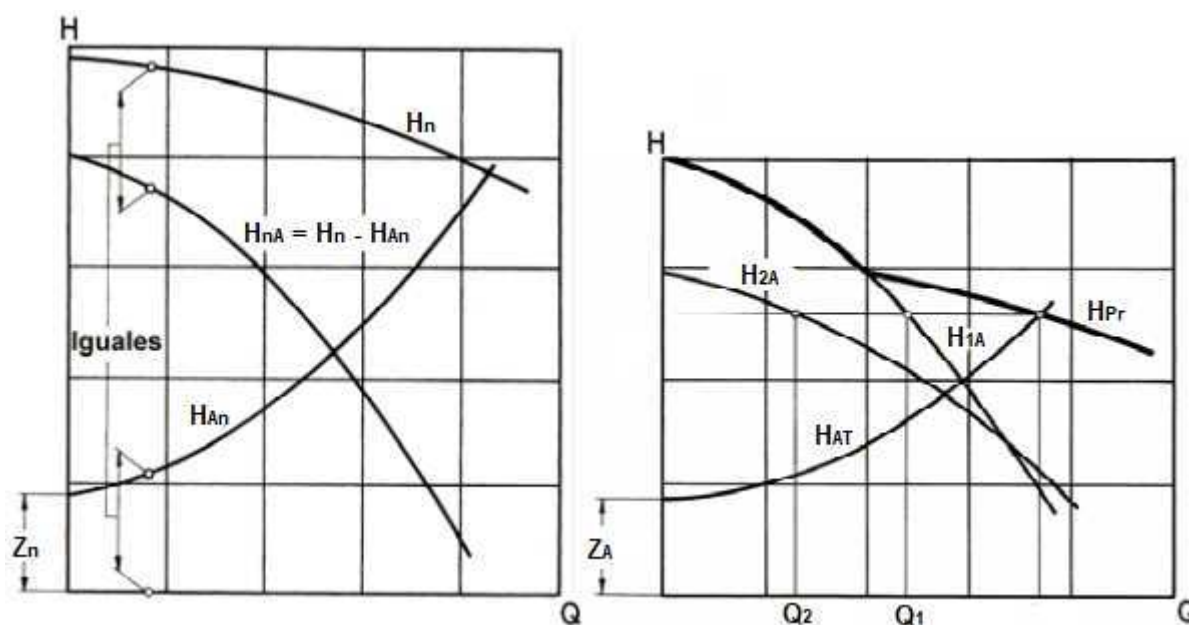


Figura 2. Curva característica reducida de una bomba n en el punto A (izquierda). Curva característica para la combinación en paralelo de dos bombas virtuales trabajando contra una tubería común (derecha).

Estas curvas virtuales o reducidas de carga-capacidad, se pueden acoplar en paralelo como se puede observar en la figura 2 (imagen de la derecha), sumando los caudales que se encuentran a la misma altura total. La intersección de esta curva de $H_{Pr}-Q$ con la curva del sistema de tubería común (tubería 3 de la imagen izquierda de la figura 1), da el caudal total de circulación.

Los caudales individuales de cada bomba se obtienen por la intersección de la línea horizontal (imagen de la derecha de la figura 2) con las curvas características reducidas individuales. Con estos gastos luego se pueden obtener los valores de carga (reducida y real), potencia, eficiencia y $NPSH_r$, respectivamente para cada bomba.

A continuación, se detalla la aplicación del método de las bombas virtuales en un sistema fuente por bombeo multinodal compuesto por un campo de pozos (Martínez y Riaño 2024):

1. Determinar (gráficamente o analíticamente) la carga real de las n bombas para distintos caudales de referencia

2. Realizar la corrección dinámica (reducción de la carga real de las bombas debido a las pérdidas de carga en las tuberías del sistema individual de cada bomba) para cada bomba. También se puede hacer de forma gráfica o analítica
3. Calcular la corrección estática, la cual se obtiene de la diferencia entre los niveles del agua que existen en cada depósito de succión y el nivel virtual establecido para el sistema hidráulico general, Z_{sv} . Este último, podría calcularse de varias formas: como un promedio de los niveles de agua de todos los depósitos de succión del sistema de bombeo, mediante la fijación de un valor fijo de Z_{sv} , el cual pudiera ser el valor más pequeño de todos los niveles, el mayor, o el que se decidiera establecer como patrón de las n bombas. La desventaja de la primera opción, es que sería necesario computar n correcciones estáticas, mientras que, para las otras tres variantes, el número de correcciones estáticas a realizar sería $n-1$. Sin embargo, desde el punto de vista de la comodidad de los cálculos, esta última elección sería la mejor variante. Si bien, por una cuestión de mayor agilidad en los cálculos y una mejor comprensión de la idea conceptual del procedimiento, se acostumbra a tomar un valor único del nivel virtual de succión, bien pueden tomarse varios en función de cada subsistema. En ese caso, la notación que se establecería para los niveles virtuales de succión de cada subsistema sería Z_{vNSn} . Tomando como ejemplo el campo de pozos de la figura 1-, se tendrían Z_{vNSA} (para el subsistema B-1, B-2 y el nodo secundario A) y Z_{vNSB} (para el subsistema B-3, nodo secundario A y nodo principal B).
4. Computar para cada bomba, la carga virtual correspondiente a cada caudal de referencia según la siguiente expresión:

$$H_{nN} = H_n - hf_n - (Z_{sv} - Z_n) \quad (7)$$

Donde: H_{nN} : carga virtual de la bomba n , (m); H_n : carga real de la bomba n , (m); hf_n : pérdidas de carga en el sistema individual de la bomba n , (m); Z_{sv} : cota piezométrica del nivel virtual establecido para el sistema de bombeo general, (m), y Z_{sn} : cota del nivel del agua en el depósito de succión (nivel dinámico en el pozo) de la estación de la bomba n , (m).

5. Obtener (gráficamente o analíticamente) las curvas características carga-capacidad de las bombas virtuales B_{nN} en el nodo
6. Combinar (gráficamente o analíticamente) en paralelo las n bombas virtuales para obtener la bomba equivalente virtual, B_{1-n} , en el nodo.

Conceptualmente, una vez realizado este último paso, se tendría en el nodo (ejemplo: nodo A para la figura 1 (imagen de la izquierda)) una estación de bombeo virtual, donde estarán instaladas las n bombas virtuales con su equivalente virtual en paralelo, cuya cota del nivel del agua en el depósito de succión será el nivel virtual establecido para el sistema, Z_{sv} .

Tomando como ejemplo la imagen de la izquierda de la figura 1, el sistema de bombeo se simplificaría a un esquema de estación de bombeo virtual-tubería-depósito de descarga. Se pudiera reestructurar más el sistema realizando la corrección dinámica a la combinación de las bombas virtuales en paralelo, B_{1-n} a partir de la tubería común. En teoría, esto sería equivalente a tener una estación de bombeo con una bomba virtual, B_{1-n-T} que estuviera acoplada al tanque o depósito de succión (longitud de la tubería común igual a cero).

En cuanto a la notación de las bombas virtuales durante el proceso, por una cuestión práctica, conviene apoyarse en el enfoque propuesto por Martínez y Riaño (2024), de utilizar una codificación

de forma análoga a la clasificación hidrológica numeral de los ríos. En este sentido, se formula la siguiente notación general: H^m_{1-n} ; donde el superíndice m : representa la cantidad de virtualizaciones que se ha realizado hasta un nodo específico, mientras que el subíndice $1-n$, representa la cantidad y las bombas específicas que han participado en el proceso de virtualización hasta ese momento. Se recomienda este criterio de notación para grandes sistemas de campos de pozos con varios nodos.

Para una mejor comprensión del procedimiento metodológico para la aplicación del Método de las bombas virtuales, se aplicará a un ejemplo de un sistema fuente por bombeo como el ilustrado en la imagen de la izquierda de la figura 1.

EJEMPLO DE APLICACIÓN PARA UN SISTEMA FUENTE POR BOMBEO MULTINODAL (CAMPO DE POZOS)

Como información del sistema fuente por bombeo se tiene que el servicio de abasto será continuo durante las 24 horas con un caudal constante. En la tabla 1 se brinda información sobre las características hidráulicas del sistema fuente por bombeo, compuesto por un campo de pozos como el que se ilustra en la figura 1. La cota piezométrica en la salida de la tubería de descarga en el tanque de regulación es $Z_t = 50,00$ m. Se utilizarán tuberías polietileno de alta densidad (PEAD) para todas las tuberías del sistema fuente por bombeo. La rugosidad absoluta del material de PEAD es de $2,5 \cdot 10^{-6}$ m. La presión nominal de diseño de dichas tuberías será de 10 atm (PN 10). Se ha tomado como valor indicativo para el diseño y la operación del sistema, un rango de velocidad recomendable de $1 \div 1,8$ m/s (INRH 2006). Se plantea un valor de la viscosidad cinemática de 10^{-6} m²/s.

Tabla 1. Información de las características hidráulicas del campo de pozos (Ver figura 1).

Caudal (L/s)		Longitud tuberías (m)		Cotas y niveles dinámicos (m)	
Caudal de diseño del sistema fuente	250,00	Conductora maestra CM o principal CP	5000,00	Nodo principal NP o central NC, Z_{NP}	30,00
Caudal de diseño de la bomba 1	60,00	Conductora secundaria 1 CS ₁	3000,00	Nodo secundario 1 NS ₁ , Z_{NS1}	23,00
Caudal de diseño de la bomba 2	60,00	Conductora secundaria 2 CS ₂	2000,00	Nodo secundario 2 NS ₂ , Z_{NS2}	25,00
Caudal de diseño de la conductora secundaria 1 CS ₁	120,00	Tubería de impulsión secundaria 1 TIS ₁	1000,00	En el pozo 1, Z_{S1}	10,00
Caudal de diseño de la bomba 3	70,00	Tubería de impulsión secundaria 2 TIS ₂	900,00	En el pozo 2, Z_{S2}	12,00
Caudal de diseño de la bomba 4	60,00	Tubería de impulsión secundaria 3 TIS ₃	780,00	En el pozo 3, Z_{S3}	7,00

Caudal (L/s)		Longitud tuberías (m)		Cotas y niveles dinámicos (m)		
Caudal de diseño de la conductora secundaria 2 CS ₂	130,00	Tubería de impulsión secundaria 4 TIS ₄	500,00	En el pozo 4, Z _{S4}	8,00	
Diámetros de las tuberías del sistema hidráulico (m)						
D _{CM}	D _{CS1}	D _{CS2}	D _{TIS1}	D _{TIS2}	D _{TIS3}	D _{TIS4}
0,5552	0,3524	0,3966	0,2776	0,2776	0,2776	0,2776

Se presentan los polinomios representativos de la curva característica de carga-capacidad, ajustadas a una ecuación de grado 2 como el propuesto por la expresión (1), para las cuatro bombas rotodinámicas, siendo iguales las bombas 1 y 2 (Q en m³/s y H en m).

$$\text{Bombas 1 y 2: } H_{1,2} = 85,989 - 146,46Q - 4087,63Q^2 \quad (8)$$

$$\text{Bomba 3: } H_3 = 88,304 - 86,643Q - 4692,857Q^2 \quad (9)$$

$$\text{Bomba 4: } H_4 = 73,760 - 22,276Q - 4782,313Q^2 \quad (10)$$

Aplicando los pasos del 1 al 4 descritos en la metodología de las bombas virtuales, se obtienen los resultados mostrados en la tabla 2. Se ha decidido trabajar con la notación propuesta por Martínez y Riaño () para nombrar las cargas virtuales durante el proceso. Las pérdidas de carga se calcularán a partir de la ecuación de Darcy-Weisbach, con el coeficiente de fricción, f determinado por la fórmula de Swamee-Jain dentro de sus límites de aplicación:

$$hf = 0,0826f \frac{L_{eq}}{D^5} Q^2 \quad (11)$$

Donde: hf : pérdidas de carga en la conducción, (m); f : coeficiente de fricción de la tubería, (adim.); L_{eq} : longitud equivalente del sistema, (m); D : diámetro interior de la tubería, (m), y Q : caudal de circulación, (m³/s).

$$f = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{\epsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{N_R^{0,9}} \right) \right]^2} \quad (12)$$

Donde: ϵ : rugosidad absoluta de la tubería asociada al material, (m); D : diámetro interior de la tubería, (m), y N_R : número de Reynolds que caracteriza el flujo en la conducción, (adim.).

$$N_R = \frac{vD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D \nu} \quad (13)$$

Dónde: N_R : número de Reynolds que caracteriza el flujo en la conducción, (adim.); v : velocidad media de circulación en la tubería, (m/s); D : diámetro interior de la tubería, (m); ν : viscosidad cinemática del fluido, (m²/s), y Q : caudal de circulación en la conducción, (m³/s).

En cuanto a la determinación de la corrección estática para el sistema hidráulico general, lo primero será definir el nivel virtual, Z_{sv} que se establecerá para el campo de pozos. Conceptualmente, como se apuntado arriba, se pudiera fijar una cota virtual de succión por subsistemas, pero resulta más cómodo en función de los cálculos, utilizar un solo valor para el sistema hidráulico general. De las variantes posibles, se propone que sea el promedio de las cotas de los niveles dinámicos en los cuatro pozos, o sea, 9,250 m. Por lo tanto, las correcciones estáticas quedarían calculadas como:

- $(Z_{sv} - Z_1 = 9,250 - 10,000 = -0,750 \text{ m})$ y $(Z_{sv} - Z_2 = 9,250 - 12,000 = -2,750 \text{ m})$ para las bombas 1 y 2 (subsistema 1)
- $(Z_{sv} - Z_3 = 9,250 - 7,000 = 2,250 \text{ m})$ y $(Z_{sv} - Z_4 = 9,250 - 8,000 = 1,250 \text{ m})$ para las bombas 3 y 4 (subsistema 1)

Tabla 2. Datos de las curvas características carga-capacidad de las bombas (reales y sus virtuales).

Caudal	Cargas de las bombas reales				Pérdidas de carga en el sistema de tuberías individual de cada bomba				Cargas de las bombas virtuales (en el nodo secundario 1)			
Q (m³/s)	H_1 (m)	H_2 (m)	H_3 (m)	H_4 (m)	h_{fTIS1} (m)	h_{fTIS2} (m)	h_{fTIS3} (m)	h_{fTIS4} (m)	H^1_1 (m)	H^1_2 (m)	H^1_3 (m)	H^1_4 (m)
0,000	85,9 89	85,98 9	88,30 4	73,76 0	0,000	0,000	0,000	0,000	86,73 9	88,73 9	86,05 4	72,51 0
0,010	84,1 16	84,11 6	86,96 8	73,05 9	0,106	0,096	0,083	0,053	84,75 9	86,77 0	84,63 5	71,75 6
0,020	81,4 25	81,42 5	84,69 4	71,40 2	0,366	0,329	0,285	0,183	81,80 9	83,84 6	82,15 9	69,96 9
0,030	77,9 16	77,91 6	81,48 1	68,78 8	0,757	0,682	0,591	0,379	77,90 9	79,98 5	78,64 0	67,15 9
0,040	73,5 90	73,59 0	77,33 0	65,21 7	1,273	1,145	0,993	0,636	73,06 8	75,19 5	74,08 7	63,33 1
0,050	68,4 47	68,44 7	72,24 0	60,69 0	1,906	1,715	1,487	0,953	67,29 1	69,48 2	68,50 3	58,48 7
0,060	62,4 86	62,48 6	66,21 1	55,20 7	2,653	2,388	2,070	1,327	60,58 3	62,84 8	61,89 2	52,63 0
0,070	55,7 07	55,70 7	59,24 4	48,76 7	3,512	3,161	2,739	1,756	52,94 6	55,29 7	54,25 5	45,76 2
0,080	48,1 11	48,11 1	51,33 8	41,37 1	4,479	4,031	3,493	2,239	44,38 3	46,83 1	45,59 5	37,88 2
0,090	39,6 98	39,69 8	42,49 4	33,01 8	5,552	4,997	4,331	2,776	34,89 6	37,45 1	35,91 3	28,99 2
0,100	30,4 67	30,46 7	32,71 1	23,70 9	6,730	6,057	5,250	3,365	24,48 6	27,15 9	25,21 1	19,09 4
0,110	20,4 18	20,41 8	21,99 0	13,44 4	8,012	7,211	6,249	4,006	13,15 6	15,95 7	13,49 0	8,188

En el paso 5, se obtienen por la vía analítica las ecuaciones polinómicas que caracterizan las curvas características carga-capacidad de las bombas virtuales B_m^n en el nodo. En esta etapa del procedimiento se presentan las ecuaciones de las bombas virtuales de las bombas originales y las resultantes de la virtualización de las expresiones de las combinaciones en paralelo. Los polinomios representativos de la combinación de las bombas virtuales en paralelo se muestran como parte del paso 6 (ecuaciones 14-17).

$$\text{Bomba 1: } H_1^1 = 86,789 - 157,381Q - 4654,878Q^2 \quad (14)$$

$$\text{Bomba 2: } H_2^1 = 88,784 - 156,289Q - 4598,153Q^2 \quad (15)$$

$$\text{Bomba 3: } H_3^1 = 86,093 - 95,161Q - 5135,311Q^2 \quad (16)$$

$$\text{Bomba 4: } H_4^1 = 72,535 - 27,737Q - 5065,937Q^2 \quad (17)$$

En este último paso, se procede a combinar las bombas virtuales en paralelo a través de la secuencia de los nodos secundarios hacia el nodo principal. Se realizará esta operación por la vía analítica, como en el paso anterior. En la tabla 3 se presentan los datos del proceso del acople en paralelo de las bombas virtuales en los subsistemas 1 y 2 respectivamente. En la misma, solo aparecen reflejadas el tramo de la curva de la combinación efectiva de las dos bombas en paralelo.

Tabla 3. Combinación de las bombas rotodinámicas virtuales en paralelo para los subsistemas 1 y 2.

H_{1-2}^1 (m)	Q_{v1} (m ³ /s)	Q_{v2} (m ³ /s)	Q_{vP} (m ³ /s)	H_{3-4}^1 (m)	Q_{v3} (m ³ /s)	Q_{v4} (m ³ /s)	Q_{vP} (m ³ /s)
83,846	0,013	0,020	0,033	68,503	0,026	0,050	0,076
79,985	0,025	0,030	0,055	61,892	0,043	0,060	0,103
75,195	0,036	0,040	0,076	54,255	0,057	0,070	0,127
69,482	0,046	0,050	0,096	45,595	0,070	0,080	0,150
62,848	0,057	0,060	0,117	35,913	0,082	0,090	0,172
55,297	0,067	0,070	0,137	25,211	0,094	0,100	0,194
46,831	0,077	0,080	0,157	13,490	0,105	0,110	0,215
37,451	0,087	0,090	0,177	0,751	0,116	0,120	0,236
27,159	0,098	0,100	0,198	-	-	-	-
15,957	0,108	0,110	0,218				
3,846	0,118	0,120	0,238				

Los polinomios representativos de la combinación en paralelo de las bombas rotodinámicas de los dos subsistemas, se presentan a continuación:

$$\text{Subsistema 1 (Bombas 1 y 2 – NS}_1\text{ – NP): } H_{1-2}^1 = 87,767 - 78,396Q - 1156,246Q^2 \quad (18)$$

$$\text{Subsistema 2 (Bombas 3 y 4 – NS}_2\text{ – NP): } H_{3-4}^1 = 76,747 - 7,616Q - 1329,363Q^2 \quad (19)$$

A partir de aquí, comienza un proceso de reducción virtual del sistema hidráulico general. El sistema simplificado que vendría quedando será el integrado por: nodos secundarios 1 y 2 – nodo principal – tanque de descarga (subsistema 3). La analogía vendría dada por la consideración de que, en los nodos secundarios existieran estaciones de bombeo cuyas bombas virtuales tendrían curvas características de carga-capacidad que vienen representadas por las ecuaciones 18 y 19, las cuales aportarían al nodo principal y de este al depósito de descarga. De esta forma, se van “reduciendo” los subsistemas que se encuentran aguas arriba de ambos nodos secundarios, o sea, se produce un proceso de “simplificación virtual” del sistema hidráulico general.

En la tabla 4 se presentan los resultados del proceso de virtualización de las bombas virtuales ubicadas en los nodos secundarios, B_{1-2}^1 y B_{3-4}^1 (bombas virtuales resultado de la combinación en paralelo de las bombas virtuales 1 y 2 y 3 y 4, respectivamente). En la tabla 5 se muestran los valores del procedimiento de la combinación en paralelo de las bombas virtuales B_{1-2}^1 y B_{3-4}^1 obtenidas en la

tabla anterior. En esta se presentan los valores correspondientes al tramo de la curva de la combinación práctica de las dos bombas virtuales en paralelo.

Tabla 4. Datos de las curvas características de las bombas virtuales B11-2 y B13-4 y su proceso de virtualización hasta el nodo principal.

Caudal	Caudal	Cargas de las bombas virtuales (en los nodos secundarios)		Pérdidas de carga en el sistema de tuberías individual de cada bomba		Cota del nivel dinámico en el pozo (virtual)		Cota del nivel virtual	Cargas de las bombas virtuales (en el nodo principal)	
		H^2_{1-2}	H^2_{3-4}	h_{fcs1}	h_{fcs2}	Z_{vNS1}	Z_{vNS2}	Z_{sv}	H^2_{1-2}	H^2_{3-4}
Q_{vp} (m ³ /s)	Q_{vp} (m ³ /s)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)
0,033	0,076	83,846	68,503	0,876	1,446	9,250	9,250	9,250	82,970	67,057
0,055	0,103	79,985	61,892	2,147	2,543	9,250	9,250	9,250	77,838	59,348
0,076	0,127	75,195	54,255	3,850	3,734	9,250	9,250	9,250	71,345	50,521
0,096	0,150	69,482	45,595	5,959	5,045	9,250	9,250	9,250	63,522	40,550
0,117	0,172	62,848	35,913	8,456	6,483	9,250	9,250	9,250	54,392	29,431
0,137	0,194	55,297	25,211	11,330	8,049	9,250	9,250	9,250	43,967	17,163
0,157	0,215	46,831	13,490	14,572	9,743	9,250	9,250	9,250	32,259	3,747
0,177	0,236	37,451	0,751	18,173	11,565	9,250	9,250	9,250	19,278	-10,814
0,198		27,159		22,129		9,250	9,250	9,250	5,031	
0,218		15,957		26,434		9,250	9,250	9,250	-10,476	
0,238		3,846		31,083		9,250	9,250	9,250	-27,238	

Tabla 5. Combinación en paralelo de las bombas rotodinámicas virtuales B11-2 y B13-4.

H^2_{1-4} (m)	Q_{v1-2} (m ³ /s)	Q_{v3-4} (m ³ /s)	Q_{v1-4} (m ³ /s)
67,057	0,087	0,076	0,163
63,522	0,096	0,089	0,186
54,392	0,117	0,117	0,234
43,967	0,137	0,143	0,280
32,259	0,157	0,167	0,324
19,278	0,177	0,190	0,368
5,031	0,198	0,213	0,411

Como resultado, se obtiene el polinomio característico de la combinación en paralelo de dichas bombas virtuales:

$$\text{Subsistema 3 (NS}_1 \text{ y NS}_2 \text{ – NP – T): } H^2_{1-4} = 81,099 - 20,558Q - 400,682Q^2 \quad (20)$$

En esta última etapa del proceso, se ha simplificado el sistema hidráulico general hasta el nodo principal. El sistema hidráulico equivalente final sería el de una estación de bombeo virtual cuya bomba tendría una curva de carga-capacidad representada por el polinomio de la ecuación (20), que

bombearía contra el tanque de descarga. A continuación, se procede a calcular el gasto de circulación por la conductora principal trabajando con las ecuaciones del sistema resultante (nodo principal – conductora – tanque de descarga) (21) y la representativa de la curva resultante en paralelo (20).

$$\text{Sistema (NP – T): } H_{\text{sis}t} = 40,750 + K_{W-D}Q^2 \quad (21)$$

Otra variante para determinar dicho gasto, sería el de seguir aplicando el método de las bombas virtuales, aplicando otro proceso de reducción al sistema nodo principal – conductora – tanque de descarga. En este caso, primero se le restarían las pérdidas de carga en la conductora maestra a la ecuación (20), realizándose luego la corrección estática, restándole la diferencia entre las cotas piezométricas en la descarga del tanque de descarga y el valor de la cota virtual de succión establecida para el sistema. Por cualquiera de las dos variantes, el caudal total del sistema es: $Q_{CM} = 0,264241 \text{ m}^3/\text{s} = 264,241 \text{ L/s}$ y la carga de operación $47,711 \text{ m}$.

Luego se procede a determinar los valores de los caudales que aportan cada bomba al sistema, así como las respectivas velocidades de circulación para cada una de las tuberías. Durante este proceso quedan calculadas las cotas piezométricas de los nodos en el sistema. Este proceso se puede realizar de forma gráfica como lo proponen Galguera (2015) y Martínez y Riaño () o de forma analítica, la cual se describe en este ejemplo.

Esta secuencia de cálculo se realizará desde aguas abajo hacia aguas arriba, o sea, realizando el proceso inverso de la metodología. En consecuencia, lo primero que se calculará, será la cota piezométrica del nodo principal del sistema hidráulico general. Para esto, se aplicará la ecuación de Bernoulli planteada desde el nodo principal hasta el depósito de descarga, según la expresión (22):

$$CP_{NP} = Z_t + hf_{CP} \quad (22)$$

Donde: CP_{NP} : cota piezométrica en el nodo principal del sistema hidráulico general, (m); cota piezométrica en la salida de la tubería de descarga en el tanque de regulación, (m), y hf_{CP} : pérdidas de carga en la conductora maestra, (m).

Trabajando con la ecuación (22), se obtiene primero unas pérdidas de carga para el gasto de circulación de $264,241 \text{ L/s}$ de $6,961 \text{ m}$. La cota piezométrica del nodo principal será de $56,961 \text{ m}$. A continuación, se procede a calcular los caudales de cada una de las conductoras secundarias que tributan al nodo principal. Para esto, se trabajarán con las ecuaciones (23) y (24), que describen las curvas carga-capacidad virtuales resultantes del proceso de las virtualizaciones de las ecuaciones (18) y (19), respectivamente. Sustituyendo el valor de la carga de operación de $H_{1-2}^2 = H_{3-4}^2 = 47,711 \text{ m}$ en ambas ecuaciones, se obtienen los respectivos gastos para cada subsistema: $Q_{CS1} = 0,130071 \text{ m}^3/\text{s} = 130,071 \text{ L/s}$ y $Q_{CS2} = 0,134111 \text{ m}^3/\text{s} = 134,111 \text{ L/s}$, siendo la suma de estos: $Q_{CP} = 0,264182 \text{ m}^3/\text{s} = 264,182 \text{ L/s}$.

$$\text{Subsistema 1 (Bombas 1 y 2 – NS}_1\text{ – NP): } H_{1-2}^2 = 88,194 - 99,971Q - 1624,251Q^2 \quad (23)$$

$$\text{Subsistema 2 (Bombas 3 y 4 – NS}_2\text{ – NP): } H_{3-4}^2 = 77,020 - 17,333Q - 1500,290Q^2 \quad (24)$$

Con estos caudales, se pasa a calcular las cotas piezométricas de los nodos secundarios 1 y 2. Aplicando una ecuación análoga de la expresión (22) se obtienen las referidas cotas piezométricas: $CP_{NS1} = 67,257 \text{ m}$ y $CP_{NS2} = 61,061 \text{ m}$

$$CP_{NSn} = CP_{NP} + hf_{CSn} \quad (25)$$

Donde: CP_{NSn} : cota piezométrica en el nodo secundario n del sistema hidráulico general, (m), y hf_{CSn} : pérdidas de carga en la conductora secundaria n , (m).

Por último, se calculan los caudales que aportan cada una de las bombas hacia sus respectivos nodos secundarios. En este caso, cuando se llega a los nodos a los cuales tributan directamente las bombas, se puede determinar los gastos individuales de estas, mediante el mismo procedimiento utilizado para determinar los caudales en las conductoras secundarias, o de forma directa, aplicando la ecuación de Bernoulli entre los pozos de succión (estaciones de bombeo) y sus respectivos nodos receptores. A través de esta última alternativa, se procede a determinar los caudales individuales de cada bomba mediante la expresión (26). En la tabla 6 se presentan los valores de la solución general del sistema hidráulico.

$$Z_{sn} + H_{Bn} = Z_{sn} + A_n + B_n Q + C_n Q^2 = CP_{NSn} + hf_{TISn} \quad (26)$$

Tabla 6. Información hidráulica de la solución general del sistema hidráulico.

Tubería	Q (L/s)	V (m/s)	N_R (adim.)	f (adim.)	Cotas piezométricas (m)
TIS_1	63,511	1,049	291299,51	0,014558	CP_{NS1} (m) 67,257
TIS_2	66,548	1,099	305229,76	0,014434	
TIS_3	72,944	1,205	334566,47	0,014198	CP_{NS2} (m) 61,061
TIS_4	61,274	1,012	281041,01	0,014653	
CS_1	130,071	1,333	469951,76	0,013347	CP_{NP} (m) 56,961
CS_2	134,111	1,086	430549,16	0,013541	
CM o CP	264,241	1,091	605984,51	0,012734	$CP_t = Z_t = 50,00$ m

03 CONCLUSIONES

El método de las bombas virtuales es un procedimiento práctico y de fácil implementación para realizar la simulación hidráulica de los sistemas fuentes por bombeo, en particular para aquellos integrados por campos de pozos. Se define como una bomba virtual, a aquella máquina imaginaria formada por la bomba real suministrada por el fabricante y todos los accesorios y tuberías que se encuentran hasta el punto de unión (nodo) con la tubería de impulsión. Este concepto de bombas virtuales simplifica grandemente el cálculo hidráulico de los puntos reales de operación y en general la comprensión física del problema. En este trabajo se realizó una introducción al método y sus principios hidráulicos fundamentales.

El procedimiento de virtualización se podría resumir de la manera siguiente: con la información de las curvas características carga-capacidad de las bombas y las curvas del sistema de tuberías desde las bombas hasta el punto de unión del sistema de tuberías, estas últimas se restan a las primeras, obteniéndose así las curvas características ajustadas de las bombas a la carga correspondiente al punto de unión de los sistemas de tuberías. Estas curvas “reducidas” hasta el nodo de aporte, son las curvas características carga-caudal virtual de las bombas virtuales. Después de haberse realizado este primer paso, entonces se puede aplicar el método convencional de sumar las curvas ajustadas ya que todas están referidas a la misma carga.

Luego, analizando el sistema en sentido inverso (desde el tanque de compensación hasta las estaciones de bombeo) se obtiene el caudal que entrega cada una de las bombas de las estaciones de bombeo. Se presenta el mismo ejemplo práctico planteado en la 1ra parte de este artículo, para ilustrar de una manera más eficiente dicha metodología, mostrando sus bondades y utilidad práctica en la simulación hidráulica de la operación de sistemas fuentes por bombeo.

07 REFERENCIAS

- Cabrera E.** (2009). "Ingeniería hidráulica aplicada a los sistemas de distribución de agua", Editorial Unidad Docente Mecánica de Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia, t. 1 y 2, 3^{ra} edición, ISBN 978-846-13-3949-5, Valencia, España.
- Castilla A. y Galvis G** (1993). "Bombas y estaciones de bombeo", Centro Inter-Regional de Abastecimiento y Remoción de Agua (CINARA)-Universidad del Valle, Ed. Ultragraf Editores, ISBN 978-777-98-6726-5, Cali, Colombia.
- Fuertes V. S et al.** (2002). "Modelación y diseño de redes de abastecimiento de agua", Editorial Grupo de Mecánica de los Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia, 1^{ra} edición, ISBN 84-89487-06-5, Valencia, España.
- Galguera C. L.** (2015). "Metodología para el diseño y simulación hidráulica de un sistema fuente por bombeo desde campo de pozos", Trabajo de diploma, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", Cujae, La Habana, Cuba.
- Instituto Nacional de Recursos Hidráulicos (INRH)** (2006). "Instructivo para la utilización de Tuberías y Accesorios de PEAD", 63 pp., La Habana, Cuba
- Martínez Y.** (2011). "Metodología para el diseño hidráulico de las estaciones de bombeo para acueducto", Tesis de doctorado, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" (Cujae), La Habana, Cuba.
- Martínez Y. y Riaño F.** (2010). "Características peculiares de la operación de bombas rotodinámicas en paralelo", Ciencias Técnicas Agropecuarias, 19 (2): 38-43, Universidad Agraria de La Habana "Fructuoso Rodríguez" (UNAH), ISSN 1010-2760, Mayabeque, Cuba.
- Martínez Y. y Riaño F.** (2024). "Método de las bombas rotodinámicas virtuales", Ingeniería Hidráulica, XLV (4): 55-67, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría", Cujae, ISSN 2788-6050, La Habana, Cuba.
- Martínez Y. y Riaño F.** (2025). "Simulación hidráulica de sistemas fuentes por bombeo por campos de pozos: 1ra Parte", Ingeniería Hidráulica, XLVI (1): 45-59, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría", Cujae, ISSN 2788-6050, La Habana, Cuba.
- Martínez Y. and Riaño F.** (2025). "Virtual rotodynamic pumps method", Journal Region-Water Conservancy, 8 (2): 151-161, ISSN 2630-4902, Singapur, Singapur.
- Pardo R. y Ruiz M. I.** (1980). "Algunas consideraciones sobre el funcionamiento de bombas en paralelo", *Revista Ingeniería Hidráulica*, 1 (1): 20-28, Instituto Superior Politécnico Superior "José Antonio Echeverría", La Habana, Cuba

Sterling SIHI (2003). “Principios Básicos para el Diseño de Instalaciones de Bombas Centrífugas”, (Manual técnico), 7th edition, Ed. Sterling Fluid Systems Group, Madrid, España, 2003.

Turiño, I. M. (1996). “Procedimientos metodológicos para el diagnóstico operacional en sistemas de bombeo mediante modelos matemáticos”, Tesis de doctorado, Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Central de las Villas Marta Abreu (UCLV), Santa Clara, Cuba.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses.

ORCID de los autores

[Yaset Martínez Valdés](https://orcid.org/0000-0001-9770-022X) <https://orcid.org/0000-0001-9770-022X>

Participó en la elaboración del procedimiento metodológico para la aplicación del Método de las bombas virtuales, así como en el trabajo del procesamiento de los datos del caso de estudio, haciendo contribuciones en su análisis e interpretación. Participó en la búsqueda de referentes bibliográficos y en la redacción del trabajo.

[Félix Abelis Riaño Valle](https://orcid.org/0000-0002-9342-6064) <https://orcid.org/0000-0002-9342-6064>

Realizó contribuciones en el diseño de la investigación y en el análisis de los resultados del caso de estudio, así como en la búsqueda de información bibliográfica, revisión y redacción del trabajo en su versión final.