

Simulación hidráulica de sistemas fuentes por bombeo por campos de pozos: 1ra parte

Yaset Martínez Valdés

E-MAIL: yaset1977@gmail.com

Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Universidad Tecnológica de La Habana
"José Antonio Echeverría"**Félix Riaño Valle**

E-MAIL: riano@tesla.cujae.edu.cu

Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Universidad Tecnológica de La Habana
"José Antonio Echeverría"

RESUMEN

En la aplicación de los diferentes modelos de análisis de simulación de los sistemas hidráulicos, ciertas simplificaciones y particularidades, permiten obtener modelos más simples que requieren menos información y técnicas matemáticas de resolución menos sofisticadas, y por ende menos recursos computacionales. En este caso, se encuentra el modelo de solución iterativo de los Tres Tanques, aplicado para el caso de este trabajo a los sistemas fuentes por bombeo en la topología de un campo de pozos (sistema ramificado interconectado multinodal). En este artículo, el primero de tres sobre esta línea de investigación que se procura realizar, se elabora el Método de iteración en el nodo, un procedimiento de solución iterativo que ofrece un enfoque de análisis por subsistemas componentes del sistema hidráulico en general del campo de pozos. Este procedimiento de resolución, se centra en determinar los valores de las cotas piezométricas en los nodos que garantizan el balance del sistema hidráulico general.

PALABRAS CLAVES:

Simulación, hidráulica, sistemas fuentes, bombeo, campo pozos

Hydraulic simulation of pumped wellfield source systems: Part 1

ABSTRACT

In the application of the different simulation analysis models of hydraulic systems, certain simplifications and particularities allow obtaining simpler models that require less information and less sophisticated mathematical resolution techniques, and therefore less computational resources. In this case, we find the iterative solution model of the Three Tanks, applied for the case of this work to the pumping source systems in the topology of a well field (interconnected multiple-node branched system). In this article, the first of three in this line of research, the Node Iteration Method, an iterative solution procedure that offers an approach of analysis by subsystems components of the hydraulic system in general of the well field, is elaborated. This solution procedure focuses on determining the values of the piezometric elevations at the nodes that guarantee the balance of the overall hydraulic system.

KEYWORDS: Simulation, hydraulics, source systems, pumping, field wells

01 INTRODUCCIÓN

El término simulación hidráulica, se refiere generalmente al proceso de imitar el comportamiento de un sistema mediante el uso de una representación matemática del sistema real, denominada modelo. Las simulaciones de los sistemas hidráulicos, que reproducen la dinámica de un sistema existente o propuesto, se suelen realizar cuando no es práctico que se realicen pruebas en el sistema real o para evaluar un sistema antes de construirlo.

Las simulaciones de las redes hidráulicas pueden utilizarse para predecir la respuesta de estos sistemas a los acontecimientos en una amplia gama de condiciones sin interrumpir el sistema real. Las simulaciones permiten anticipar problemas en sistemas propuestos o existentes y evaluar soluciones antes de invertir tiempo, dinero y materiales en un proyecto real. Independientemente del proyecto, la simulación basada en modelos puede proporcionar información valiosa que ayude a los especialistas a tomar decisiones bien fundadas (Haestad et al 2003).

Los sistemas fuente, como redes hidráulicas, se pueden clasificar en sistemas fuente por bombeo o por gravedad, y estos a su vez, constituyen un subsistema dentro de los sistemas de abastecimiento de agua. La diferencia entre uno y otro es la inclusión en el caso de los primeros de la(s) estación(es) de bombeo como un componente que conforman estos sistemas. Los diferentes esquemas de diseño y operación de los sistemas fuentes estarán en función de las características de la toma de succión y descarga y si la demanda es continua (gasto constante) o variable en el tiempo (gasto variable) (Martínez 2011).

Los principales esquemas de diseño de los sistemas fuente por bombeo de mayor presencia en la práctica se pueden agrupar en los casos siguientes (Martínez 2011):

Caso 1. Fuente → estación de bombeo → conductora → depósito de regulación (entrada libre y forzada con cota de entrega fija). Ejemplos de estos esquemas de amplia presencia en la práctica son:

- Depósito de almacenamiento (cisterna) de planta potabilizadora → estación de bombeo → conductora principal → tanque de regulación (entrada libre o sumergida con cota de entrega fija)
- Embalse → estación de bombeo (pie de la presa/cola) → conductora principal → tanque receptor de la planta potabilizadora (entrada libre con cota de entrega fija o libre)
- Canal → estación de bombeo → conductora principal → tanque receptor de la planta potabilizadora (entrada sumergida o libre)
- Campo de pozos (incluye las estaciones de bombeo y conductoras/tuberías secundarias) → conductora principal → tanque receptor de la planta potabilizadora (entrada sumergida o libre)
- Campo de pozos (incluye las estaciones de bombeo y conductoras/tuberías secundarias) → conductora principal → tanque de regulación.

Estos tipos de esquemas se caracterizan por alimentarse tanto de fuentes subterráneas como de aguas superficiales, por eso la distinción del receptor final atendiendo a cada caso. Otra característica de estos esquemas es que el servicio de bombeo es continuo y la demanda fija, por lo que el caudal de diseño del sistema es un valor fijo establecido.

Caso 2. Fuente → estación de bombeo → conductora → nodo de entrega a la red. Atendiendo a este esquema se pueden presentar los siguientes ejemplos prácticos:

- Depósito de almacenamiento (cisterna) de planta potabilizadora → estación de bombeo → conductora principal → nodo de la red.
- Depósito de almacenamiento (cisterna) → estación de bombeo → conductora principal → nodo de la red.

En este tipo de casos se cuenta con la información de la curva de evolución de consumos de la red para el día tipo de diseño, establecida para el nodo de entrega a la red, donde se conoce el caudal máximo y la carga mínima requerida en el nodo de entrega en la red para ese caudal máximo.

Los sistemas fuente por bombeo se pueden clasificar en simples y complejos, a partir de su conformación topológica, desde la fuente de agua hasta el nodo de entrega a la red. Un sistema fuente de bombeo que contemple solamente uno de los esquemas referidos en los casos abordados, se considera como un sistema simple. Un sistema fuente por bombeo complejo estará compuesto por varios subsistemas simples y dado a esto, se clasifica por un orden numeral, donde los tramos o subsistemas simples se enumeran en dirección desde aguas arriba hacia aguas abajo.

Un caso de esquema complejo que puede presentarse en la práctica, por demás en un por ciento muy reducido, son los sistemas de rebombeo. Estos se clasifican en sistemas de rebombeo directo e indirecto. El rebombeo directo opera como un sistema de bombeo en serie típico, bajo el esquema: estación de bombeo → estación de bombeo; mientras que el rebombeo indirecto se caracteriza por el esquema: estación de bombeo → depósito de regulación (entrada libre o forzada) → estación de bombeo.

La simulación hidráulica de los sistemas de bombeo es especialmente útil para evaluar las respuestas de dichos sistemas para determinadas condiciones de funcionamiento. Son varios los procedimientos utilizados para realizar el proceso de simulación en los sistemas fuentes por bombeo, en el caso específico de los campos de pozos, los cuales pueden agruparse en varios grupos (Fuentes et al 2002) (Galguera 2015): métodos basados en el método de Newton-Raphson; métodos basados en la teoría de Hardy-Cross; métodos basados en la teoría lineal; métodos basados en formulaciones topológicas de la red (Método del Gradiente); método de la Bomba Virtual; método de iteración en el nudo; entre otros. El objetivo de este trabajo se centrará en el desarrollo del último de los referidos métodos mediante la realización de un ejemplo práctico bastante común en la práctica ingenieril.

02 DESARROLLO

LA SIMULACIÓN HIDRÁULICA DE LOS SISTEMAS FUENTES POR BOMBEO

Las simulaciones de los sistemas fuentes por bombeo pueden ser estacionarias o de periodo extendido. Las simulaciones en estado estacionario representan una instantánea en el tiempo y se utilizan para determinar el comportamiento operativo de un sistema en condiciones estáticas. Este tipo de análisis puede ser útil, por ejemplo, para determinar el efecto a corto plazo de los caudales de incendio o las condiciones medias de demanda en un sistema. Las simulaciones de periodo extendido (EPS) se utilizan para evaluar el rendimiento del sistema a lo largo del tiempo. Este tipo de análisis permite al usuario modelar el llenado y vaciado de los depósitos, la apertura y cierre de válvulas, y las presiones y caudales que cambian en todo el sistema en respuesta a condiciones de

demandas variables y estrategias de control automático formuladas por el modelador (Fuertes et al 2002).

La simulación hidráulica de los sistemas fuentes por bombeo en régimen permanente (el más adecuado para el análisis hidráulico que se realiza) consiste en obtener los caudales circulantes por las tuberías y la carga en los nudos del sistema mediante las ecuaciones de equilibrio del sistema (ecuación de conservación de la masa, o de continuidad y la ecuación de conservación de la energía) a partir de conocer: consumo puntual en los nodos (si los hubiera), la carga piezométrica en al menos un nudo, y las características relevantes de las conducciones (diámetro, rugosidad y longitud) y del resto de los elementos del sistema (bombas, válvulas, accesorios, etc.) (Cabrera 2009).

Del conjunto de relaciones anteriores se obtienen sendos sistemas de ecuaciones no lineales. Uno se obtiene aplicando la ecuación de continuidad en los nodos, y el otro a partir de las pérdidas de carga de los elementos de la red. De su resolución se obtendrán los gastos de circulación y las presiones o cargas en los nudos. El carácter no lineal de estos sistemas de ecuaciones hace indispensable la aplicación de métodos numéricos de resolución. Uno de los métodos por excelencia es el de Newton-Raphson para hallar la solución simultánea del sistema de ecuaciones de balance de masa y energía. El problema es resuelto mediante la solución iterativa de un sistema de ecuaciones lineales de tamaño igual al número de cargas piezométricas desconocidas.

El método de Newton-Raphson es uno de los tantos métodos iterativos que existen para resolver este problema. Galguera (2015), utiliza el Método de iteración en el nodo para realizar el análisis hidráulico de un sistema fuente por bombeo de un campo de pozos. Para este caso, primero se realiza la división del modelo en subsistemas independientes y luego se procede a aplicarse un método iterativo de resolución similar al utilizado en el conocido Problema de los Tres Tanques. La metodología presentada supera la presentada por Miranda (2013), la cual aplica dicho método iterativo para sistemas fuente por bombeo más sencillos (menos subsistemas) y con un valor de coeficiente de fricción de Hazen-Willians, C para las tuberías constante para todo el sistema.

Otro de los métodos numéricos de iteraciones sucesivas más empleados, sobre todo por su facilidad en la programación y utilización en los software de simulación como el EPANET, es el Método del Gradiente, propuesto en 1987 por Todini y Pilati. Aúna técnicas basadas en métodos de optimización, así como técnicas basadas en el método de Newton-Raphson nodal. Comienza aplicando las técnicas de optimización, las cuales garantizan la existencia y unicidad de la solución minimizando la función objetivo, condiciones indispensables para que se produzca la convergencia posteriormente al utilizar las técnicas del método de Newton-Raphson. El problema es finalmente conducido a una solución algebraica mediante el proceso iterativo conocido como Algoritmo de Factorización Incompleta de Choleski / Gradiente Conjugado Modificado, cuyas siglas en inglés corresponden a ICF/MCG (Incomplete Choleski Factorization / Modified Conjugate Gradient).

En este primer trabajo, se analizará el Método de la iteración en el nodo como aplicación de una solución generalizada de un problema de tuberías ramificadas, pero en sentido inverso en cuanto a su concepción clásica. El análisis hidráulico del sistema en general y en sus subsistemas independientes, se realiza mediante la solución del Problema de los Tres Tanques. Este método es más sencillo en cuanto a su algoritmo de cálculo que el Método de las bombas virtuales, pero conlleva un gran proceso de secuencias iterativas para encontrar la solución. Una vez encontrada la solución, se obtienen los gastos o velocidades de circulación en las tuberías del sistema hidráulico, las respectivas variables hidráulicas de las bombas y los valores de las presiones o cargas piezométricas o cotas piezométrica en los nodos.

Por otro lado, el Método de las bombas virtuales no ha sido protagonista de muchos trabajos de investigación en los últimos años, a pesar de ser un procedimiento más sencillo y práctico que los métodos iterativos mencionados anteriormente. El concepto de bombas virtuales simplifica el cálculo hidráulico de los puntos reales de operación y en general la comprensión física del problema. Si para un sistema de bombeo dado se toma como curva característica de la bomba virtual una que incluya tanto la tubería de succión como la de impulsión hasta el punto de descarga, se tendría que la longitud del sistema contra el cual se bombearía sería cero y las pérdidas de carga correspondientes, nulas. Consecuentemente la curva característica de este sistema estará dada simplemente por los valores de altura estática versus caudal (Galvis y Castilla 1993).

LA SIMULACIÓN HIDRÁULICA DE LA OPERACIÓN DE LAS BOMBAS ROTODINÁMICAS EN LOS SISTEMAS FUENTES POR BOMBEO

De los cuatro casos de operación del trabajo de bombas rotodinámicas en paralelo en los sistemas fuentes por bombeo, el más común, es aquel donde se tienen bombas de diferentes características hidráulicas, operando contra sistemas de tuberías diferentes hasta el punto donde comienza la tubería común de impulsión (nodo). Este es el llamado caso general, para el cual, es evidente que las bombas estarán operando contra diferentes cargas y aportando gastos diferentes (Pardo y Ruiz, 1980):

Las ecuaciones que modelan las tres curvas características de diseño de las bombas rotodinámicas acopladas en paralelo para el caso con características hidráulicas iguales son (Turiño 1996, Martínez y Riaño 2010):

$$\text{Curva carga-capacidad (paralelo), } (H_P-Q): H_P = A \pm \frac{B}{n_b} Q - \frac{C}{n_b^2} Q^2 \quad (1)$$

Donde: H_P : carga que desarrollan las bombas acopladas en paralelo, (m); A : coeficiente del polinomio representativo de la curva $H-Q$ que define el valor de la carga que desarrolla la bomba para caudal cero o válvula cerrada, (m); B y C : coeficientes del polinomio representativo de la curva $H-Q$ que están en función de las pérdidas de carga en el interior de la bomba, (s/m^2), (s^2/m^5) respectivamente; Q : caudal impulsado por la combinación de las bombas en paralelo, (m^3/s), y n_b : número de bombas trabajando en paralelo.

$$\text{Curva potencia-capacidad (paralelo), } (P_P-Q): P_P = Dn_b \pm EQ \mp \frac{F}{n_b} Q^2 \quad (2)$$

Donde: P_P : potencia absorbida por las bombas trabajando en paralelo, (kW); D : coeficiente del polinomio representativo de la curva $P-Q$, que define el valor de la potencia consumida por la bomba para caudal cero, (kW), y E y F : coeficientes del polinomio representativo de la curva $P-Q$ dependientes de las pérdidas de potencia de la bomba, ($s \cdot kW/m^3$), ($s^2 \cdot kW/m^6$) respectivamente.

$$\text{Curva eficiencia-capacidad (paralelo), } (\eta_P-Q): \eta_P = \frac{G}{n_b} Q - \frac{H}{n_b^2} Q^2 \quad (3)$$

Donde: η_P : eficiencia de la combinación de bombas en paralelo, (adim.), y G y H : coeficientes del polinomio representativo de la curva $\eta-Q$, (s/m^3), (s^2/m^6) respectivamente.

El comportamiento de la NPSHr de las bombas no cambia cuando son colocadas en serie o en paralelo, ya que por definición es una variable que caracteriza la capacidad de succión de una bomba y por lo tanto es independiente del tipo de acople.

MÉTODO DE ITERACIÓN EN EL NODO

La base conceptual del método de iteración en el nodo, se fundamenta en la solución del problema de los Tres Tanques, el cual puede ser resuelto por varias técnicas iterativas. En la revisión de la

amplia literatura sobre este tema, se ha podido constatar que no existe un procedimiento para los sistemas ramificados del tipo de sistemas de bombeo compuestos por campo de pozos (sistema ramificado interconectado multinodal). El problema clásico, en sus casos más comunes, se aborda desde la perspectiva de tres tanques, y bombas y tanques (menos usual). Para cualquiera de las variantes, la solución iterativa es la que más se ha abordado y en aislados casos, se ha esbozado una solución analítica que permite resolver los dos casos siguientes:

1) Determinación de caudales, conocidas las características de la red y las diferencias de cotas entre los depósitos; trabajando, por lo tanto, con tres ecuaciones con tres incógnitas.

2) Determinación de la diferencia de cotas entre los depósitos, conocidos los caudales y las características de la red; habrá por lo tanto dos ecuaciones con dos incógnitas, ya que las ecuaciones de los caudales son una identidad.

Para la explicación de la metodología general para la simulación hidráulica del modelo de campo de pozos con demanda continua y gasto constante, se utilizará como apoyo ilustrativo la figura 1.

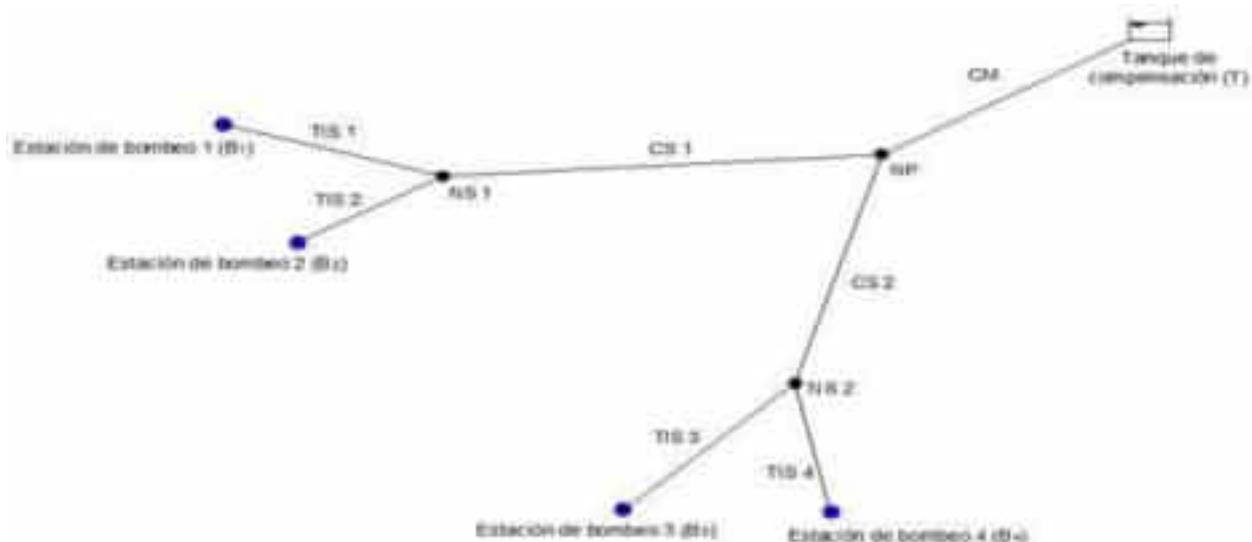


Figura 1. Esquema en planta de un sistema fuente por bombeo compuesto por un campo de pozos. (Ref. Martínez y Riaño, 2010).

Cuando se hace referencia a una conductora principal y otras secundarias, se está haciendo alusión directa al esquema de diseño compuesto por un sistema interconectado como puede ser por ejemplo un campo de pozos como el de la figura 1. En este tipo de esquemas, la conductora principal, CP o maestra CM enlaza el nodo central NC o principal NP del campo de pozos y el nodo de entrega a la red o el punto de entrega al tanque de regulación o de compensación T; mientras que las conductoras secundarias CS unen los nodos secundarios NS del sistema entre ellos o con el nudo principal, en dependencia del esquema que se esté analizando. Las tuberías de impulsión secundarias TIS son las que conectan las estaciones de bombeo B en cada pozo con sus respectivos nodos secundarios.

Antes de comenzar a aplicar este método será necesario dividir el modelo de análisis en el número de subsistemas independientes que hagan falta. Tomando como ejemplo la figura 1, se puede desagregar el sistema general en tres subsistemas, a saber:

- Subsistema 1: Compuesto por las estaciones de bombeo 1 y 2 (B1 y B2), por las tuberías de impulsión secundarias 1 y 2 (TIS 1 y TIS 2), el nodo secundario 1, NS1 y la conductora secundaria 1, CS 1 hasta el nudo principal, NP

- Subsistema 2: Compuesto por las estaciones de bombeo 3 y 4 (B3 y B4), por las tuberías de impulsión secundarias 3 y 4 (TIS3 y TIS4), el nudo secundario 2, NS2 y la conductora secundaria 2, CS2 hasta el nudo principal, NP
- Subsistema 3: Compuesto por el nudo de unión de las conductoras secundarias 1 y 2 respectivamente, NP, la conductora maestra o principal, CM o CP y el tanque de descarga, T.

Los resultados a obtener del proceso de simulación para el modelo de operación son los caudales que aporta cada estación de bombeo hacia el depósito de descarga, las velocidades de circulación y las cargas en los nodos. Para este caso, se soluciona desde los límites de los subsistemas 1 y 2 hacia el nodo principal, de manera independiente para cada sistema. Para el análisis se utiliza la ecuación de conservación de la energía (Bernoulli), realizando un balance de caudales (conservación de la masa) en los nodos correspondientes, dígase NS1, NS2 y NP, comprobando en cada uno de ellos el equilibrio de masa.

Aunque se ha tomado como referencia explicativa para la metodología que se presenta, el ejemplo de la figura 1, estos tipos de sistemas pueden tener diversas formas topológicas que varían en su complejidad. Este modelo que se ilustra es uno de los más sencillos, pero el procedimiento metodológico es aplicable para cualquier topología por más compleja que sea. En este sentido, y en función de los números de nodos y conductoras que se deriven por estos, se podrán tener nodos primarios (nodo principal o central), secundarios, terciarios, cuaternarios, quinarios, etc. Las conductoras tomarán su clasificación en función de los nodos que unan. El orden en la clasificación de los nodos y conductoras, irá aumentando desde aguas abajo (depósito de descarga) hacia las estaciones de bombeo. En este sentido, se propone realizar una clasificación general para estos sistemas fuentes por bombeo interconectados por estaciones de bombeo, de forma análoga a la clasificación hidrológica numeral de los ríos.

El procedimiento propuesto queda estructurado de la siguiente manera:

1er paso. Suponer valores de cotas piezométricas en el nudo principal, CP_{NP} y en los nodos secundarios que tributen a él, CP_{NSn} .

2do paso. Calcular las pérdidas de carga en las conductoras secundarias, hf_{CSn} .

$$CP_{NSn} = CP_{NP} + hf_{CSn} \rightarrow hf_{CSn} = CP_{NSn} - CP_{NP} \quad (4)$$

Donde: CP_{NSn} : cota piezométrica en los nodos secundarios, (m); CP_{NP} : cota piezométrica en el nodo principal, (m), y hf_{CSn} : pérdidas de carga en las conductoras secundarias, (m).

3er paso. Determinar los caudales de circulación por las conductoras secundarias, Q_{CSn} .

Para esto se trabajará con la expresión (5) que es la formulación de Darcy-Weisbach modificada en función del gasto:

$$hf_{CSn} = K_{CSn} Q_{CSn}^2 = 8,26 \cdot 10^{-2} f_{supCSn} \frac{L_{CSn}}{D_{CSn}^5} Q_{CSn}^2 \rightarrow Q_{CSn} = \sqrt{\frac{hf_{CSn} D_{CSn}^5}{8,26 \cdot 10^{-2} f_{supCSn} L_{CSn}}} \quad (5)$$

Donde: K_{CSn} : coeficiente característico de la conducción, (s^2/m^5); L_{CSn} : longitud de la conductora secundaria n , (m), y D_{CSn} : diámetro de la conductora secundaria n , (m).

Se tomarán valores iniciales supuestos de los coeficientes de fricción en las conductoras secundarias, f_{supCSn} , para poder determinar el gasto por la referida ecuación. Usualmente, se parte de valores preliminares de 0,02. Luego, como parte de un ciclo de cálculo iterativo, se procede a calcular los valores reales de los coeficientes de fricción de las conductoras secundarias, $f_{realCSn}$, a partir de los caudales obtenidos, utilizando la fórmula de Swamee-Jain dentro de su rango de validez:

$$f_{realCSn} = 0,25 \left(\log\left(\frac{\varepsilon}{3,7D_{CSn}} + \frac{5,74}{N_{RCSn}^{0,9}}\right) \right)^{-2} \quad (6)$$

Donde: ε : rugosidad absoluta de la tubería n , (m), y N_{RCSn} : número de Reynolds de la conductora secundaria n para el caudal obtenido en el paso precedente, (adim.).

$$N_{RCSn} = \frac{V_{CSn} D_{CSn}}{\nu} = \frac{4Q_{CSn}}{\pi D_{CSn} \nu} \quad (7)$$

Donde: V_{CSn} : velocidad media de circulación en la conductora secundaria n (m/s), y ν : viscosidad cinemática, (m^2/s).

Se debe verificar que se cumpla que $f_{supCSn} = f_{realCSn}$. De no cumplirse esta igualdad, se debe repetir el proceso de cálculo hasta que se cumpla dicha condición. El gasto para el cual se cumple esta igualdad, será el valor real del gasto de circulación por la conductora secundaria n , y el último factor de fricción calculado, será el definitivo para la conducción. El criterio de parada del error relativo para este proceso iterativo se puede tomar como un 0,1%, como un valor de referencia.

4to paso. Calcular los caudales de circulación por las tuberías de impulsión secundarias, Q_{TISn} .

Conocidos los niveles dinámicos en los pozos de las estaciones de bombeo y las cotas piezométricas en los nodos secundarios NS_n , y trabajando con la expresión (8), se procede a determinar los gastos que transitan por cada una de las tuberías:

$$Z_{Sn} + H_{Bn} = CP_{NSn} + hf_{TISn} = Z_{Sn} + A_n + B_n Q_{TISn} + C_n Q_{TISn}^2 = CP_{NSn} + K_{TISn} Q_{TISn}^2 \quad (8)$$

Donde: Z_{Sn} : nivel dinámico en la estación de bombeo n , (m); H_{Bn} : carga que entrega la bomba n , (m); CP_{NSn} : cota piezométrica en el nodo secundario n , (m); hf_{TISn} : pérdidas de carga en la tubería de impulsión secundaria n , (m); A_n : coeficiente del polinomio representativo de la curva H vs. Q que define el valor de la carga que desarrolla la bomba n para caudal cero, (m); B_n , C_n : coeficientes del polinomio representativo de la curva H vs. Q que están en función de las pérdidas de carga en el interior de la bomba n , (s/m^2), (s^2/m^5) respectivamente, y Q_{TISn} : caudal impulsado por la bomba n que circula por la tubería de impulsión secundaria n , (m^3/s).

La resolución de la ecuación (8) se puede realizar mediante un proceso iterativo o directamente por la solución de Cardano-Vieta:

$$Q_{TISn} = \frac{B_n \pm \sqrt{B_n^2 - 4(K_{TISn} - C_n)(CP_{NSn} - A_n - Z_{Sn})}}{2(K_{TISn} - C_n)} \quad (9)$$

Para esto, primeramente, se deben suponer los valores de los coeficientes de fricción en las tuberías de impulsión secundarias $TIS_n, f_{supTISn}$, y proceder según lo establecido en el paso anterior en este sentido. Finalizado este proceso de cálculo iterativo, se tendrán los caudales de circulación y los coeficientes de fricción de cada conducción.

5to paso. Realizar el balance de caudales en los nodos secundario NS_n .

Para esto se utilizará la expresión (10), verificándose que esta suma sea igual al Q_{CSn} calculado en el paso 3:

$$Q_{CSn} = \sum_{i=1}^n Q_{TISi} \quad (10)$$

De no cumplirse la condición anterior, volver a suponer un nuevo valor de cota piezométrica en el nodo NS_n y repetir el proceso hasta que quede equilibrado el subsistema n .

6to paso. Calcular el caudal de circulación por la conductora principal o maestra, CM, Q_{CM} .

Con la cota piezométrica definida en el nodo principal, NP y la cota piezométrica en el tanque de regulación o de compensación, se aplica la ecuación de Bernoulli entre el NP y el depósito de descarga a través de la siguiente ecuación:

$$CP_{NP} = Z_T + hf_{CM} = Z_T + K_{CM}Q_{CM}^2 = Z_T + 8,26 \cdot 10^{-2} f_{supCM} \frac{L_{CM}}{D_{CM}^5} Q_{CM}^2 \rightarrow Q = \sqrt{\frac{CP_{NP} - Z_T}{8,26 \cdot 10^{-2} f_{supCM} \frac{L_{CM}}{D_{CM}^5}}} \quad (11)$$

Donde: Z_T : nivel dinámico de agua en el depósito de descarga, (m); hf_{CM} : pérdidas de carga en la conductora maestra, (m); K_{CM} : coeficiente característico de la conductora principal, (s^2/m^5); f_{supCM} : coeficiente de fricción supuesto de la conductora maestra, (adim.); L_{CM} : longitud de la conductora maestra, (m); D_{CM} : diámetro de la conductora principal, (m), y Q_{CM} : caudal que circula por la conductora maestra, (m^3/s).

Previamente se procede a suponer un valor del coeficiente de fricción de la conductora maestra o principal CM, f_{supCM} , y una vez obtenido el caudal de la conductora maestra o total del sistema general, Q_{CM} , se procede idénticamente a los pasos 3 y 4, ahora para el caso de la tubería principal.

7mo paso. Realizar el balance de caudales en el nodo principal NP

A través de la expresión (12), y teniendo en cuenta los caudales que aportan todas las conductoras secundarias a este, se debe comprobar que esta suma sea igual al Q_{CM} calculado en el paso previo:

$$Q_{CM} = \sum_{i=1}^n Q_{CSi} \quad (12)$$

De no cumplirse esta igualdad, se debe variar el valor de la cota piezométrica en el nodo principal hasta que la verificación sea válida. Una vez conseguido este objetivo, se debe terminar revisando el balance del sistema hidráulico en general, a través de la ecuación de equilibrio general del sistema:

$$Q_{CM} = \sum_{i=1}^n Q_{CSi} = \sum_{i=1}^n Q_{TISi} \quad (13)$$

Para una mejor comprensión de la metodología descrita, se aplicará el procedimiento propuesto para la simulación hidráulica de los sistemas fuentes por bombeo para un ejemplo real. El caso de estudio será un sistema fuente por bombeo interconectado de estaciones de bombeo, compuesto por un campo de pozos, en el cual operan cuatro estaciones de bombeo en un esquema de operación de demanda constante y fija.

03 APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ITERACIÓN EN EL NODO COMO PROCEDIMIENTO DE SIMULACIÓN HIDRÁULICA PARA LOS SISTEMAS FUENTE POR BOMBEO.

Como información del sistema fuente por bombeo se tiene que el servicio de abasto será continuo durante las 24 horas con un caudal constante. En la tabla 1 se brinda información sobre las características hidráulicas del sistema fuente por bombeo, compuesto por un campo de pozos (sistema multinodal) como el que se ilustra en la figura 1. La cota piezométrica del nivel del agua en el tanque de regulación, $Z_t = 50,00$ m (cota de descarga de la tubería en el depósito). Se utilizarán tuberías polietileno de alta densidad (PEAD). La rugosidad absoluta del material de PEAD es de $2,5 \cdot 10^{-6}$ m. La presión nominal de diseño de dichas tuberías será de 10 atm (PN 10). Se ha tomado como valor indicativo para el diseño y la operación del sistema, un rango de velocidad recomendable de $1 \div 1,8$ m/s (INRH 2006). Se plantea un valor de la viscosidad cinemática de 10^{-6} m²/s.

Tabla 1. Información de las características hidráulicas del campo de pozos (Ver figura 1)

Caudal (L/s)	Longitud tuberías (m)	Cotas y niveles dinámicos (m)
Caudal de diseño del sistema fuente	250,00	Conductora maestra CM o principal CP
Caudal de diseño de la bomba 1	60,00	Conductora secundaria 1 CS_1
Caudal de diseño de la bomba 2	60,00	Conductora secundaria 2 CS_2
Caudal de diseño de la conductora secundaria 1 CS_1	120,00	Tubería de impulsión secundaria 1 TIS_1
Caudal de diseño de la bomba 3	70,00	Tubería de impulsión secundaria 2 TIS_2
Caudal de diseño de la bomba 4	60,00	Tubería de impulsión secundaria 3 TIS_3
Caudal de diseño de la conductora secundaria 2 CS_2	130,00	Tubería de impulsión secundaria 4 TIS_4
Diámetros de las tuberías del sistema hidráulico (m)		
D_{CM}	D_{CS_1}	D_{CS_2}
0,5552	0,3524	0,3966
	D_{TIS_1}	D_{TIS_2}
	0,2776	0,2776
	D_{TIS_3}	D_{TIS_4}
	0,2776	0,2776

Se presentan los polinomios representativos de la curva característica de carga-capacidad, ajustadas a una ecuación de grado 2 como el propuesto por la expresión (1), para las cuatro bombas rotodinámicas, siendo iguales las bombas 1 y 2 (Q en m³/s y H en m).

$$\text{Bombas 1 y 2: } H_{B1} = 85,989 - 146,46Q - 4087,63Q^2 \quad (14)$$

$$\text{Bomba 3: } H_{B3} = 88,304 - 86,643Q - 4692,857Q^2 \quad (15)$$

$$\text{Bomba 4: } H_{B4} = 73,760 - 22,276Q - 4782,313Q^2 \quad (16)$$

1er paso. Suponer valores de cotas piezométricas en el nudo principal, CP_{NP} y en los nodos secundarios que tributen a él, CP_{NSn} .

Se comienzan los cálculos tomando valores iniciales de las cotas piezométricas en el NP , en el NS_1 y en el NS_2 , de 59,531 m, 75,908 m y 64,323 m, respectivamente.

2do paso. Calcular las pérdidas de carga en las conductoras secundarias, hf_{CSn} .

Trabajando con la ecuación (4) se obtienen valores de hf_{CS1} de 16,377 m y de hf_{CS2} de 4,792 m.

3er paso. Determinar los caudales de circulación por las conductoras secundarias, Q_{CSn} .

Se suponen valores iniciales de los coeficientes de fricción en las dos conductoras secundarias, f_{supCS1} y f_{supCS2} de 0,02. A partir de asumir estos coeficientes de fricción iniciales, se calculan los caudales de circulación de ambas conductoras secundarias a través de la ecuación (5): $Q_{CS1} = 0,134013 \text{ m}^3/\text{s} = 134,013 \text{ L/s}$ y $Q_{CS2} = 0,119290 \text{ m}^3/\text{s} = 119,290 \text{ L/s}$. Como se había apuntado, esto es un procedimiento iterativo en el cual se trabajan con las ecuaciones (6) y (7), tomando un criterio de parada del error relativo de 0,1%. Luego de cinco ciclos iterativos, se obtienen los siguientes resultados: $N_{RCS1} = 605675,99$; $N_{RCS2} = 468920,64$; $f_{realCS1} = 0,012781833$; $f_{realCS2} = 0,013340008$; $Q_{CS1} = 0,167636 \text{ m}^3/\text{s} = 167,636 \text{ L/s}$ y $Q_{CS2} = 0,146063 \text{ m}^3/\text{s} = 146,063 \text{ L/s}$.

4to paso. Calcular los caudales de circulación por las tuberías de impulsión secundarias, Q_{TISn} .

Con la información de los niveles dinámicos en los pozos de las estaciones de bombeo y las cotas piezométricas en los nodos secundarios NS_n , se procede a calcular los caudales que circulan por las tuberías de impulsión secundarias, Q_{TISn} . Tal como se procedió en el paso anterior, se inició el cálculo de los cuatro caudales con un valor supuesto de los coeficientes de fricción para las cuatro tuberías de 0,02, teniendo en cuenta el criterio de parada del error relativo de 0,1%.

Empleando la ecuación (8) y las ecuaciones de los polinomios representativos de la curva característica H vs. Q de las bombas que operan en el campo de pozos (14), (15) y (16) y aplicando el teorema de Cardano-Vieta (ecuación 9), se calculan los caudales de circulación por las tuberías de impulsión secundarias, obteniéndose: $Q_{TIS1} = 0,051005 \text{ m}^3/\text{s} = 51,005 \text{ L/s}$; $Q_{TIS2} = 0,054426 \text{ m}^3/\text{s} = 54,426 \text{ L/s}$; $Q_{TIS3} = 0,068990 \text{ m}^3/\text{s} = 68,990 \text{ L/s}$ y $Q_{TIS4} = 0,056036 \text{ m}^3/\text{s} = 56,036 \text{ L/s}$. En el proceso se calcularon, además: $N_{RTIS1} = 233941,68$; $N_{RTIS2} = 249632,56$; $N_{RTIS3} = 316429,42$; $N_{RTIS4} = 257017,11$; $f_{realTIS1} = 0,015159264$; $f_{realTIS2} = 0,014976931$; $f_{realTIS3} = 0,014340784$ y $f_{realTIS4} = 0,014896219$.

5to paso. Realizar el balance de caudales en los nodos secundarios NS_n .

Realizando el balance de caudales en cada nodo a través de la expresión (10), se verifica que esta suma sea igual al Q_{CSn} calculado en el paso 3.

$$Q_{CS1} = \sum_{i=2}^2 Q_{TISn} = Q_{TIS1} + Q_{TIS2} = 0,051005 + 0,054426 = 0,105432 \text{ m}^3/\text{s} = 105,432 \text{ L/s}$$

$$Q_{CS2} = \sum_{i=2}^2 Q_{TISn} = Q_{TIS3} + Q_{TIS4} = 0,068990 + 0,056036 = 0,125027 \text{ m}^3/\text{s} = 125,027 \text{ L/s}$$

Como se puede observar, los caudales que aportan las tuberías de impulsión secundarias a sus respectivos nodos secundarios, difieren a los obtenidos para las conductoras secundarias en el paso 3. Al no cumplirse la condición del balance en ambos nodos, se vuelve a suponer un nuevo valor de cota piezométrica en ambos nudos secundarios y repetir el proceso hasta que queden equilibrados ambos subsistemas. Cómo ambas sumatorias dan menores a los gastos calculados en el 3er paso, se procede a disminuir las cotas piezométricas en ambos nodos secundarios; y viceversa en caso contrario.

Luego de un proceso iterativo de cinco ciclos para ambos nodos, se obtienen las cotas piezométricas que hacen el balance nulo. Los valores de ambas cotas son: $CP_{NS1} = 69,125 \text{ m}$ y $CP_{NS2} = 63,292 \text{ m}$. Los gastos de circulación por ambos subsistemas son: $Q_{TIS1} = 0,060980 \text{ m}^3/\text{s} = 60,980 \text{ L/s}$; $Q_{TIS2} = 0,064084 \text{ m}^3/\text{s} = 64,084 \text{ L/s}$; $Q_{CS1} = 0,125138 \text{ m}^3/\text{s} = 125,138 \text{ L/s}$; $Q_{TIS3} = 0,070261 \text{ m}^3/\text{s} = 70,261 \text{ L/s}$; $Q_{TIS4} = 0,057741 \text{ m}^3/\text{s} = 57,741 \text{ L/s}$ y $Q_{CS2} = 0,127907 \text{ m}^3/\text{s} = 127,907 \text{ L/s}$.

6to paso. Calcular el caudal de circulación por la conductora principal o maestra, CM , Q_{CM} .

Con la cota piezométrica definida en el nodo principal en el primer paso, y la cota piezométrica en el tanque de regulación o de compensación T , se debe suponer un valor del coeficiente de fricción de la conductora maestra o principal, f_{supCM} . Al estar equilibrados los subsistemas 1 y 2, y fijada la cota piezométrica en el nodo principal, se procede a calcular el subsistema nodo principal-depósito de descarga. Al igual que en los pasos donde se calculan los caudales de circulación, se parte de asumir un valor preliminar del coeficiente de fricción de la conductora maestra, $f_{supCM} = 0,02$. Trabajando con la expresión (11), se obtiene un valor de $Q_{CM} = 0,313712 \text{ m}^3/\text{s} = 313,712 \text{ L/s}$, con las correspondientes variables hidráulicas del sistema: $N_{RCM} = 719436,30$; $f_{realCM} = 0,012370075$.

7mo paso. Realizar el balance de caudales en el nodo principal NP

A través de la expresión (12), y teniendo en cuenta los caudales que aportan todas las conductoras secundarias a este, se puede comprobar que la suma de estos es superior al Q_{CM} calculado en el paso anterior.

$$Q_{CM} = \sum_{i=1}^2 Q_{CSi} = 0,125138 + 0,127907 = 0,253045 \text{ m}^3/\text{s} = 253,045 \text{ L/s}$$

En este caso, al ser inferior el gasto afluente al nodo que el que sale, se procede a disminuir la cota piezométrica en el nodo principal, y viceversa, si fuera el caso contrario. Como resultado de un proceso iterativo, se logra determinar el valor de la cota piezométrica del nodo principal que garantiza el balance del nodo, a saber: $CP_{NP} = 58,116 \text{ m}$, siendo el caudal que circula por el subsistema, $Q_{CM} = 0,287363 \text{ m}^3/\text{s} = 287,363 \text{ L/s}$.

Por último, se procede a verificar el balance general del sistema hidráulico general a través de la ecuación (13):

$$Q_{CM} = \sum_{i=1}^n Q_{CSi} = 0,287363 \text{ m}^3/\text{s} = 287,363 \text{ L/s} \neq \sum_{i=1}^n Q_{TISi} = 0,253065 \text{ m}^3/\text{s} = 253,065 \text{ L/s}$$

Al no quedar en equilibrio el sistema hidráulico en general, se pasa a repetir el proceso desde el primer paso, disminuyendo los valores de las cotas piezométricas en todos los nodos del sistema, ya que el valor del gasto total que aportan las cuatro bombas, es superior al caudal que entra al nodo principal. En aras de la extensión del trabajo, se presenta el resultado definitivo con la solución que logra equilibrar el sistema hidráulico general.

Tabla 2. Información hidráulica de la solución general del sistema hidráulico.

Tubería	<i>Q</i> (L/s)	<i>V</i> (m/s)	<i>N_R</i> (adim.)	<i>f</i> (adim.)	Cotas piezométricas (m)
<i>TIS₁</i>	63,512	1,049	291305,12	0,014557548	<i>CP_{NS1}</i> (m) 67,256
<i>TIS₂</i>	66,549	1,099	305235,24	0,014434487	
<i>TIS₃</i>	73,010	1,206	334866,56	0,014195504	<i>CP_{NS2}</i> (m) 61,006
<i>TIS₄</i>	61,359	1,014	281429,38	0,014649533	
<i>CS₁</i>	130,064	1,333	469928,34	0,013347186	<i>CP_{NP}</i> (m) 56,961
<i>CS₂</i>	133,116	1,077	427354,46	0,01355846	
CM o CP	264,242	1,091	605985,55	0,012734024	<i>CP_t</i> = <i>Z_t</i> = 50,00 m

Para la resolución de este ejemplo, -que se considera sencillo-, se ha invertido un tiempo considerable, el cual se va incrementando en función de la incorporación de nuevos subsistemas. Para agilizar los cálculos, se propone utilizar la herramienta del SOLVER del programa Excel, con la cual se puede obtener una solución óptima para distintos problemas de decisión, tomando en cuenta una medida de desempeño (función objetivo), parámetros, variables de decisión y restricciones. De esta forma, se pueden ajustar los valores de las celdas de variables de decisión (cotas piezométricas de los nodos) para que cumplan con los límites de las celdas de restricción (rango de los valores de solución de las cotas piezométricas en los nodos) y brinde el resultado deseado en la celda objetivo (ecuación de balance en el nodo). Con este complemento, se han obtenido los resultados presentados en la tabla 2.

En este sentido, se presentan sendas ecuaciones que brindan soporte para el cálculo de los límites del rango de valores de solución de las cotas piezométricas en los nodos. Estas expresiones han sido formuladas para las tuberías de PEAD de fabricación nacional con clase PE-100, trabajando con un rango práctico de velocidades de 0,5 m/s a 2,0 m/s y un intervalo de diámetros interiores de 129,6 mm (PN 16 atm.) a 937,8 mm (PN 5 atm.). Con ambas ecuaciones se podrá calcular las pendientes de las rasantes de energía mínima y máxima, que se utilizarán para determinar los valores mínimo y máximo que podrá alcanzar el valor de la cota piezométrica en los nodos.

$$S_{hf\min.} = \frac{hf_{\min.}}{L} = 1,661828 \cdot 10^{-4} D^{-1,197798} \quad (17)$$

$$S_{hf\max.} = \frac{hf_{\max.}}{L} = 2,121091 \cdot 10^{-3} D^{-1,175441} \quad (18)$$

Donde: $S_{hf\min.} = hf_{\min.}/L$: pendiente de la rasante de energía mínima o pérdida carga unitaria mínima para una conducción, (adim.); $S_{hf\max.} = hf_{\max.}/L$: pendiente de la rasante de energía máxima o pérdida carga unitaria máxima para una conducción, (adim.), y D : diámetro de la conducción, (m).

Ambos valores extremos en un nodo particular serán determinados a partir de la cota piezométrica del nodo precedente (aguas abajo). Para este caso de estudio, los valores límites del intervalo de las cotas piezométricas quedarían determinados como:

$$CP_{NPmín.} = CP_T + S_{hfmin.} L_{CM}; CP_{NS1,2mín.} = CP_{NPmín.} + S_{hfmin.} L_{CSI,2} \quad (19)$$

$$CP_{NPmáx.} = CP_T + S_{hfmax.} L_{CM}; CP_{NS1,2máx.} = CP_{NPmáx.} + S_{hfmax.} L_{CSI,2} \quad (20)$$

04 CONCLUSIONES

La simulación hidráulica de los sistemas fuentes por bombeo es importante para obtener respuestas sobre la operación de dichos sistemas, las cuales serán tenidas en cuenta en la gestión de estos. Como se ha apuntado, no se ha podido encontrar en la literatura especializada, una propuesta de solución para este tipo de sistemas ramificados que tienen una particularidad única (unificación de ramales y de gastos en vez de bifurcación y división de estos), a pesar de ser incluso, un sistema hidráulico muy presente en las obras hidráulicas de abasto de agua a la población.

Uno de los métodos de resolución de abordaje iterativo que se aborda comúnmente en el análisis hidráulico de los sistemas fuentes ramificados, es el empleado para resolver el Problema de los Tres Tanques. Este método de solución iterativo consiste en ir suponiendo valores de cotas piezométricas en los nodos, en función de los valores del balance de caudales, ΔQ , (ecuación de balance de masa), aumentando los valores de estas, si ΔQ resulta positivo, y viceversa, para cada subsistema que conforma el sistema hidráulico general y en su conjunto. Esta es la base conceptual del Método de iteración en el nodo que se desarrolla en el trabajo.

En este artículo, como primero de un conjunto sobre esta temática que se pretende elaborar, se centró en formular la metodología del Método de iteración en el nodo. Este procedimiento se basa en un enfoque de análisis por subsistemas componentes del sistema hidráulico en general, ofreciendo un procedimiento de resolución para hallar los valores de las cotas piezométricas en los nodos que resultan en la solución hidráulica general del sistema.

05 REFERENCIAS

- Cabrera E.** (2009). "Ingeniería hidráulica aplicada a los sistemas de distribución de agua", Editorial Unidad Docente Mecánica de Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia, t. 1 y 2, 3^{ra} edición, ISBN 978-846-13-3949-5, Valencia, España.
- Castilla A. y Galvis G** (1993). "Bombas y estaciones de bombeo", Centro Inter-Regional de Abastecimiento y Remoción de Agua (CINARA)-Universidad del Valle, Ed. Ultragraf Editores, ISBN 978-777-98-6726-5, Cali, Colombia.
- Fuertes V. S et al.** (2002). "Modelación y diseño de redes de abastecimiento de agua", Editorial Grupo de Mecánica de los Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia, 1^{ra} edición, ISBN 84-89487-06-5, Valencia, España.
- Galguera C. L.** (2015). "Metodología para el diseño y simulación hidráulica de un sistema fuente por bombeo desde campo de pozos", Trabajo de diploma, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", Cujae, La Habana, Cuba.
- Haestad Methods et al.** (2003). "Advanced water distribution modeling and management", Editorial Haestad Press, First edition, ISBN 0-9714141-2-2, Waterbury, Connecticut, United States of America

Instituto Nacional de Recursos Hidráulicos (INRH) (2006). "Instructivo para la utilización de Tuberías y Accesorios de PEAD", 63 pp., La Habana, Cuba

Martínez Y. (2011). "Metodología para el diseño hidráulico de las estaciones de bombeo para acueducto", Tesis de doctorado, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" (Cujae), La Habana, Cuba.

Martínez Y. y Riaño F. (2010). "Características peculiares de la operación de bombas rotodinámicas en paralelo", Ciencias Técnicas Agropecuarias, 19 (2): 38-43, Universidad Agraria de La Habana Fructuoso Rodríguez (UNAH), ISSN 1010-2760, Mayabeque, Cuba.

Miranda Y. (2013). "Metodología para el diseño hidráulico de las estaciones de bombeo en función de la velocidad específica", Trabajo de diploma, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", Cujae, La Habana, Cuba.

Pardo R. y Ruiz M. I. (1980). "Algunas consideraciones sobre el funcionamiento de bombas en paralelo", *Revista Ingeniería Hidráulica*, 1 (1): 20-28, Instituto Superior Politécnico Superior "José Antonio Echeverría", La Habana, Cuba

Turiño, I. M. (1996). "Procedimientos metodológicos para el diagnóstico operacional en sistemas de bombeo mediante modelos matemáticos", Tesis de doctorado, Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Central de las Villas Marta Abreu (UCLV), Santa Clara, Cuba.

Conflictos de intereses

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses

Contribución de los autores

Yaset Martínez Valdés <https://orcid.org/0000-0001-9770-022X>

Participó en la elaboración de la metodología de cálculo para la aplicación del Método de iteración en el nodo, así como en el trabajo del procesamiento de los datos del ejemplo de cálculo, haciendo contribuciones en su análisis e interpretación. Participó en la búsqueda de referentes bibliográficos y en la redacción del trabajo.

Félix Abelis Riaño Valle <https://orcid.org/0000-0002-9342-6064>

Realizó contribuciones en el diseño de la investigación y en el análisis de los resultados del caso de estudio, así como en la búsqueda de información bibliográfica, revisión y redacción del trabajo en su versión final.

ç