

## Método de las bombas rotodinámicas virtuales

**Yaset Martínez Valdés**

Profesional independiente

E-MAIL: yaset1977@gmail.com

**Félix Riaño Valle**

Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría", Cujae,

E-MAIL: riano@tesla.cujae.edu.cu

### RESUMEN

Se presenta el método de las bombas rotodinámicas virtuales, un procedimiento sencillo y práctico para la solución de problemas de bombas conectadas en paralelo, cuando las condiciones de instalación y/o características propias de las bombas acopladas, no son las mismas. Las bombas virtuales son máquinas imaginarias que carecen de tuberías de succión e impulsión secundarias. Estas bombas están formadas por la bomba real suministrada por el fabricante y todos los accesorios y tuberías hasta el punto de unión con la tubería de impulsión principal. Estos equipos se caracterizan por trabajar siempre contra la misma carga total cuando operan en paralelo. Se expone la metodología mediante un ejemplo de una simulación hidráulica de un sistema fuente por bombeo, compuesto por un campo de pozos.

**PALABRAS CLAVES:**

método, bombas, rotodinámicas, virtual.

Virtual rotodynamic pumps method

### ABSTRACT

The method of virtual rotodynamic pumps is presented, a simple and practical procedure for the solution of problems of pumps connected in parallel, when the installation conditions and/or characteristics of the coupled pumps are not the same. Virtual pumps are imaginary machines without secondary suction and discharge piping. These pumps consist of the real pump supplied by the manufacturer and all the accessories and piping up to the point of connection with the main delivery pipe. These machines are characterized by always working against the same total load when operating in parallel. The methodology is presented by means of an example of a hydraulic simulation of a pumped well field source system.

**KEYWORDS:** method, pumps, rotodynamic, virtual.

## 01 INTRODUCCIÓN

En distintas aplicaciones de las bombas rotodinámicas se requieren analizar diferentes opciones de operación, para satisfacer las necesidades que se presenten. Una de estas opciones es la de combinar bombas de iguales o diferentes características en paralelo. Este esquema de operación, se hace principalmente para fraccionar un caudal total en caudales parciales, cuando se trabaja en una instalación con gasto variable y demanda constante o para aumentar el caudal en un sistema de bombeo (Pardo y Ruiz 1980, Pérez 2012).

Es conocido que, en términos generales, si las bombas colocadas en paralelo son iguales, la capacidad y la potencia necesaria para cargas iguales se duplicarán, triplicarán, etc.; según sean dos, tres o más bombas iguales colocadas en paralelo, y la eficiencia del conjunto será igual a la de la bomba original. Esta condición de trabajo solo se cumplirá, cuando los sistemas de tuberías secundarios (succión e impulsión de cada bomba), y las bombas instaladas sean iguales (Pardo y Ruiz 1980, Karassik et al. 1986). Para cualquier otra situación no se cumplirá la afirmación planteada en el párrafo anterior y deberá hacerse un ajuste para el cálculo del punto de operación real (Martínez y Riaño 2010).

Como característica fundamental a resaltar en un acoplamiento de bombas en paralelo, es que el caudal total entregado por la combinación siempre es menor que el número de bombas por el caudal que suministra una sola bomba (Cherkasski 1986). La relación existente entre el caudal que suministra una bomba y el que suministra la combinación dependerá de las características de cada una de las bombas acopladas, del conjunto en paralelo y de la curva característica del sistema de tuberías (Martínez y Riaño 2010).

Las bombas rotodinámicas operando en paralelo se influyen mutuamente: el caudal, la carga, la potencia y la eficiencia de cada una de ellas depende esencialmente de los regímenes de carga individuales de las bombas que funcionan conjuntamente. Los casos de operación para el trabajo de bombas rotodinámicas en paralelo son (Pardo y Ruiz, 1980, Martínez 2011):

**Caso 1:** bombas de iguales características hidráulicas, operando contra sistemas de tuberías iguales hasta el punto donde comienza la tubería común de impulsión (nodo). Para este caso, se cumplen las condiciones planteadas apuntadas anteriormente, es decir, las bombas estarán operando contra la misma carga, por tanto, se cumplirá perfectamente que se sumen los gastos para cargas iguales

**Caso 2:** bombas de iguales características hidráulicas, operando contra sistemas de tuberías diferentes hasta el punto donde comienza la tubería común de impulsión (nodo). Para este particular, como los sistemas de tuberías son diferentes hasta el punto de unión de las tuberías de descarga secundarias de las bombas, se puede afirmar que estas bombas no están operando contra la misma carga, pues, en definitiva, están operando contra sistemas diferentes.

**Caso 3:** bombas de diferentes características hidráulicas, operando contra sistemas de tuberías iguales hasta el punto donde comienza la tubería común de impulsión (nodo). Para este escenario, se tiene que los sistemas de tuberías son iguales para cada bomba, pero, por tratarse de bombas diferentes, los gastos serán también diferentes, por consecuencia, las pérdidas que se producen en cada tramo hasta el punto de unión serán diferentes, siendo, por tanto, distintas las curvas de los sistemas individuales, implicando esto que las bombas estén operando contra cargas diferentes a la salida de las mismas.

**Caso 4:** bombas de diferentes características hidráulicas, operando contra sistemas de tuberías diferentes hasta el punto donde comienza la tubería común de impulsión (nodo). Este es el llamado caso general, para el cual es evidente, por todo lo anteriormente expuesto en los casos 2 y 3, que las bombas estarán operando contra diferentes cargas.

La simulación hidráulica de los sistemas de bombeo es especialmente útil para evaluar las respuestas de dichos sistemas para determinadas condiciones de funcionamiento. Uno de los procedimientos empleados para realizar el proceso de simulación, es el conocido Método de la Bomba Virtual. Es un procedimiento de cálculo sencillo y práctico, recomendable para aquellos casos donde haya bombas conectadas en paralelo, cuando las condiciones de instalación y/o características hidráulicas de las bombas acopladas no son las mismas (Caso 4, caso general).

## 02 DESARROLLO

### TRATAMIENTO ANALÍTICO DE LAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS BOMBAS ROTODINÁMICAS ACOPLADAS EN PARALELO

Las ecuaciones que modelan las tres curvas características de diseño de las bombas rotodinámicas acopladas en paralelo para el caso con características hidráulicas iguales son (Turiño 1996, Martínez 2011):

$$\text{Curva carga-capacidad (paralelo), } (H_p-Q): H_p = A \pm \frac{B}{n_b} Q - \frac{C}{n_b^2} Q^2 \quad (1)$$

donde:  $H_p$ : carga que desarrollan las bombas acopladas en paralelo, (m);  $A$ : coeficiente del polinomio representativo de la curva  $H-Q$  que define el valor de la carga que desarrolla la bomba para caudal cero o válvula cerrada, (m);  $B$  y  $C$ : coeficientes del polinomio representativo de la curva  $H-Q$  que están en función de las pérdidas de carga en el interior de la bomba, ( $s/m^2$ ), ( $s^2/m^5$ ) respectivamente;  $Q$ : caudal impulsado por la combinación de las bombas en paralelo, ( $m^3/s$ ) y  $n_b$ : número de bombas trabajando en paralelo.

$$\text{Curva potencia-capacidad (paralelo), } (P_p-Q): P_p = D n_b \pm E Q \mp \frac{F}{n_b} Q^2 \quad (2)$$

donde:  $P_p$ : potencia absorbida por las bombas trabajando en paralelo, (kW);  $D$ : coeficiente del polinomio representativo de la curva  $P-Q$ , que define el valor de la potencia consumida por la bomba para caudal cero, (kW) y  $E$  y  $F$ : coeficientes del polinomio representativo de la curva  $P-Q$  dependientes de las pérdidas de potencia de la bomba, ( $s \cdot kW/m^3$ ), ( $s^2 \cdot kW/m^6$ ) respectivamente.

$$\text{Curva eficiencia-capacidad (paralelo), } (\eta_p-Q): \eta_p = \frac{G}{n_b} Q - \frac{H}{n_b^2} Q^2 \quad (3)$$

donde:  $\eta_p$ : eficiencia de la combinación de bombas en paralelo, (adim.) y  $G$  y  $H$ : coeficientes del polinomio representativo de la curva  $\eta-Q$ , ( $s/m^3$ ), ( $s^2/m^6$ ) respectivamente.

El comportamiento de la  $NPSH_r$  de las bombas no cambia cuando son colocadas en serie o en paralelo, ya que por definición es una variable que caracteriza la capacidad de succión de una bomba y por lo tanto es independiente del tipo de acople.

Usualmente se proponen para las bombas rotodinámicas y para las resultantes de su acople en paralelo, en serie o en el caso de modificación de la velocidad de rotación y/o del diámetro del impelente, polinomios de segundo grado para todas las ecuaciones características. En general, el orden de los polinomios de ajuste en función del caudal, puede ser mayor, consiguiendo con ello una mejora en la bondad del ajuste, especialmente para el caso de las bombas de tipo mixto, axial y aquellas con diseño especiales. Dados esos casos, las ecuaciones 1-3 adoptan el formato siguiente:

$$\text{Curva carga-capacidad (paralelo), } (H_p-Q): H_p = a_1 + \frac{a_2}{n_b} Q + \frac{a_3}{n_b^2} Q^2 + \dots + \frac{a_n}{n_b^n} Q^n \quad (4)$$

$$\text{Curva potencia-capacidad (paralelo), } (P_p-Q): P_p = a_1 n_b + a_2 Q + \frac{a_3}{n_b} Q^2 + \dots + \frac{a_n}{n_b^n} Q^{n+1} \quad (5)$$

$$\text{Curva eficiencia-capacidad (paralelo), } (\eta_p-Q): \eta_p = \frac{a_1}{n_b} Q + \frac{a_2}{n_b^2} Q^2 + \dots + \frac{a_n}{n_b^n} Q^n \quad (6)$$

### LA SIMULACIÓN HIDRÁULICA DE LOS SISTEMAS DE BOMBEO. SISTEMAS FUENTES POR BOMBEO

La simulación hidráulica de los sistemas de bombeo en régimen permanente (el más adecuado para el análisis hidráulico que se realiza) consiste en obtener los caudales circulantes por las tuberías y la carga en los nudos del sistema mediante las ecuaciones de equilibrio del sistema (ecuación de conservación de la masa, o de continuidad y la ecuación de conservación de la energía) a partir de conocer: consumo puntual en los nudos (si los hubiera), la carga piezométrica en al menos un nudo, y las características relevantes de las conducciones (diámetro, rugosidad y longitud) y del resto de los elementos del sistema (bombas, válvulas, accesorios, etc.) (Cabrera 2009).

Del conjunto de relaciones anteriores se obtienen dos sistemas de ecuaciones no lineales, uno aplicando la ecuación de continuidad en nudos, y otro basado en las pérdidas de carga de los elementos de la red. De su resolución se obtendrán los caudales circulantes y las presiones en los nudos. El carácter no lineal de estos sistemas de ecuaciones hace indispensable la aplicación de métodos numéricos de resolución. Uno de los métodos por excelencia es el de Newton-Raphson para hallar la solución simultánea del sistema de ecuaciones de balance de masa y energía. El problema es resuelto mediante la solución iterativa de un sistema de ecuaciones lineales de tamaño igual al número de cargas piezométricas desconocidas.

El método de Newton-Raphson es uno de los tantos métodos iterativos que existen. Galguera (2015), utiliza el método de Iteración en el Nudo para realizar el análisis hidráulico de un sistema de bombeo de un campo de pozos. Para este caso, primero se realiza la división del modelo en subsistemas independientes y luego se procede a aplicarse un método iterativo de resolución similar al utilizado en el conocido Problema de los Tres Tanques. La metodología presentada supera la presentada por Miranda (2013), la cual aplica dicho método iterativo para sistemas fuente por bombeo más sencillos (menos subsistemas) y con un valor de coeficiente de fricción de Hazen-Williams,  $C$  para las tuberías constante para todo el sistema.

Otro de los métodos numéricos de iteraciones sucesivas más empleados, sobre todo por su facilidad en la programación y utilización en los software de simulación como el EPANET, es el Método del Gradiente, propuesto en 1987 por Todini y Pilati. Aúna técnicas basadas en métodos de optimización, así como técnicas basadas en el método de Newton-Raphson nodal. Comienza aplicando las técnicas de optimización, las cuales garantizan la existencia y unicidad de la solución minimizando la función objetivo, condiciones indispensables para que se produzca la convergencia posteriormente al utilizar las técnicas del método de Newton-Raphson. El problema es finalmente conducido a una solución algebraica mediante el proceso iterativo conocido como Algoritmo de Factorización Incompleta de Choleski / Gradiente Conjugado Modificado, cuyas siglas en inglés corresponden a ICF/MCG (Incomplete Choleski Factorization / Modified Conjugate Gradiente).

Por su parte, el método de las bombas virtuales no ha sido protagonista de muchos trabajos de investigación en los últimos años, a pesar de ser un procedimiento más sencillo que los métodos iterativos mencionados anteriormente. El concepto de bombas virtuales simplifica el cálculo hidráulico de los puntos reales de operación y en general la comprensión física del problema. Si para un sistema de bombeo dado se toma como curva característica de la bomba virtual una que incluya

tanto la tubería de succión como la de impulsión hasta el punto de descarga, se tendría que la longitud del sistema contra el cual se bombearía sería cero y las pérdidas de carga correspondientes, nulas. Consecuentemente la curva característica de este sistema estará dada simplemente por los valores de altura estática versus caudal (Galvis y Castilla 1993).

### MÉTODO DE LAS BOMBAS VIRTUALES

En la práctica cotidiana se han utilizado diferentes procedimientos para determinar los puntos de operación de cada una de las bombas que trabajan, bien sea individualmente o en paralelo y que descargan contra un mismo sistema principal de impulsión. Estos procedimientos se pueden resumir de la manera siguiente:

1. Las pérdidas de carga en la succión y en la impulsión secundaria de cada bomba (sin incluirle conducto o sistema principal de impulsión) son despreciadas para el cálculo de la curva característica del sistema de tuberías.
2. Despreciar las diferencias en las pérdidas de carga que puedan existir en la impulsión secundaria y succión de las bombas e incluir las pérdidas de carga que se consideren importantes en esta parte de la instalación para el cálculo de la curva característica del sistema de tuberías de impulsión principal.

Ya que en los dos criterios anteriores se consideran iguales las pérdidas en la parte del sistema de conductos propios de cada máquina, se tiene entonces que, si las bombas trabajan en paralelo y elevan desde el mismo nivel en la succión, ellas deberán trabajar necesariamente contra la misma carga total. Es de anotar que procedimientos de cálculo basados en los criterios anteriores, particularmente en el segundo, producen buenos resultados para algunos problemas prácticos, especialmente cuando las pérdidas de carga en los conductos propios de cada bomba son pequeñas comparadas con las que se presentan en la tubería de descarga principal y por lo tanto no determinan la forma de la curva característica del sistema contra el cual se bombea (Castilla y Galvis 1993).

Conceptualmente, las bombas virtuales son máquinas imaginarias que carecen de tuberías de succión e impulsión secundarias. Estas bombas están formadas por la bomba real suministrada por el fabricante y todos los accesorios y tuberías hasta el punto de unión con la tubería de impulsión principal. Estos equipos se caracterizan por trabajar siempre contra la misma carga total cuando operan en paralelo, sin que para conseguirlo se requieran suposiciones que puedan implicar soluciones solo aproximadas, como sucedería con los criterios anteriores. Este concepto de bombas virtuales simplifica grandemente el cálculo hidráulico de los puntos reales de operación y en general la comprensión física del problema (Castilla y Galvis 1993).

Si para un sistema de bombeo dado se toma como curva característica de la bomba virtual una que incluya tanto la tubería de succión como la de impulsión hasta el punto de descarga, se tendría que la longitud del sistema contra el cual se bombearía sería cero y las pérdidas de carga correspondientes, nulas. Consecuentemente la curva característica de este sistema estaría dada simplemente por los valores de carga versus caudal (Castilla y Galvis 1993).

Técnicamente hablando, las bombas virtuales son una analogía en su comportamiento hidráulico a la instalación de un diafragma entre la brida de impulsión de una bomba rotodinámica y la brida de la tubería de descarga. Hay que tener en cuenta que esto constituye un estrangulamiento puro cuyas pérdidas afectan directamente a la curva característica de carga-capacidad de la bomba. Como es conocido las pérdidas de presión (pérdidas de carga) debida al diafragma sigue una curva cuadrática o parabólica, por lo cual la nueva curva característica de la bomba, al colocar el diafragma calibrado, difiere de la curva anterior en todos sus puntos por la caída de presión.

Este método puede utilizarse para cualquiera de los cuatro esquemas de diseño de bombas trabajando en paralelo, en especial, se recomienda para el caso 4 (caso general). Como se ha apuntado, esta es una metodología de cálculo alternativa a los métodos numéricos para la simulación de los sistemas de bombeo, en específico para los sistemas fuentes por bombeo. Hidráulicamente, es un procedimiento para abordar el problema del funcionamiento de bombas rotodinámicas trabajando en paralelo en tuberías ramificadas con tramos de tubería independientes y comunes.

### PLANTEAMIENTO DEL MÉTODO DE LAS BOMBAS VIRTUALES

Tomando como referencia el sistema fuente por bombeo compuesto por el campo de pozos de la figura 1, se aplica la ecuación de Bernoulli desde los niveles del agua en los depósitos de succión de cada bomba hasta el punto A (nodo común o central del sistema fuente por bombeo), en donde existe una carga  $H_A$  (carga piezométrica en el nodo A) común a las conexiones entre las estaciones de bombeo  $B_1$  y  $B_2$  con el nodo A. En este caso, los caudales de las bombas individuales, se suman en este nodo, el comienzo del tramo común. Eso supone que los valores de las cargas totales de las bombas tienen que ser iguales en este punto (SIHI 2003).

La carga total en el nodo A se obtiene de las curvas características de  $H$  vs.  $Q$  de cada bomba individual, reduciéndolas según las curvas del sistema de cada sistema individual (tramos no comunes). Por el sistema  $B_1$ -A se obtiene:

$$H_1 \pm Z_{s1} = H_A + h_{f_{B1-A}} = A \pm BQ - CQ^2 \pm Z_{s1} = CP_A + K_{B1-A} Q^2 \quad (7)$$

Mientras que por el ramal  $B_2$ -A:

$$H_2 \pm Z_{s2} = H_A + h_{f_{B2-A}} = A \pm BQ - CQ^2 \pm Z_{s2} = CP_A + K_{B2-A} Q^2 \quad (8)$$

donde:  $H_1$  y  $H_2$ : carga total de la bomba 1 y 2, respectivamente, (m);  $Z_{s1}$  y  $Z_{s2}$ : cota del nivel dinámico del agua en los depósitos de succión (pozos) en la estación de bombeo 1 y 2, respectivamente, (m);  $H_A = CP_A$ : carga piezométrica en el nodo A, (m);  $h_{f_{B1-A}}$ : pérdidas de carga en el ramal  $B_1$ -A y por la línea  $B_2$ -A, respectivamente, (m), y  $K_{B1-A}$  y  $K_{B2-A}$ : coeficientes característicos de las tuberías de impulsión secundarias 1 y 2, respectivamente, ( $s^2/m^5$ ).

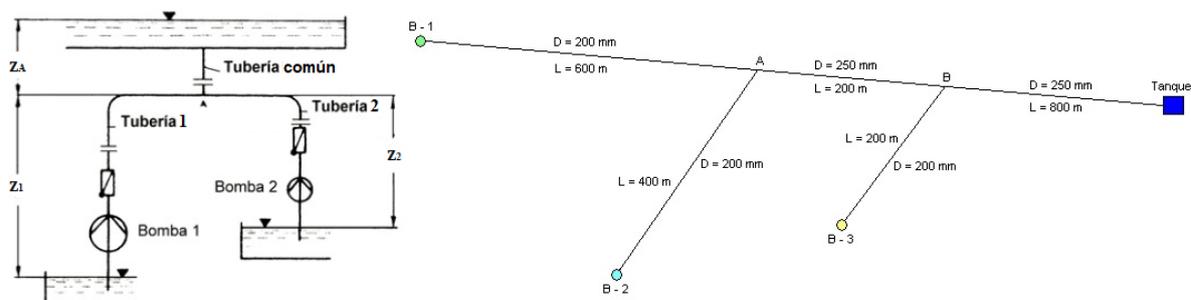


Figura 1. Funcionamiento de bombas rotodinámicas de diferentes características hidráulicas en paralelo con tramos de tubería independientes y comunes (Caso 4) (imagen izquierda). Ejemplo de esquema de operación de un sistema fuente por bombeo para un campo de pozos (imagen derecha).

Las ecuaciones 7 y 8 dan las bases teóricas para analizar el comportamiento de las bombas que trabajan en paralelo. En su forma general y para cualquier número de bombas conectadas a un mismo nodo (para este ejemplo el nodo A), dichas ecuaciones se transforman para obtener la ecuación general de una bomba virtual  $B_{nA}$  (ecuación 9). Gráficamente este proceso de transformación o reducción, se puede observar en la figura 2.

$$H_A = H_n \pm Z_{sn} - h_{f_{Bn-A}} = H_{nA} \quad (9)$$

Estas curvas virtuales o reducidas de carga-capacidad, se pueden acoplar en paralelo como se puede observar en la figura 2 (imagen de la derecha), sumando los caudales que se encuentran a la misma altura total. La intersección de esta curva de  $H_{Pr}-Q$  con la curva del sistema de tubería común (tubería 3 de la imagen izquierda de la figura 1), da el caudal total de circulación.

Los caudales individuales de cada bomba se obtienen por la intersección de la línea horizontal (imagen de la derecha de la figura 2) con las curvas características reducidas individuales. Con estos gastos luego se pueden obtener los valores de carga (reducida y real), potencia, eficiencia y  $NPSH_r$ , respectivamente para cada bomba.

El procedimiento del método de las bombas virtuales en un sistema fuente por bombeo se detalla a continuación:

1. Determinar (gráficamente o analíticamente) la carga real de las  $n$  bombas para distintos caudales de referencia

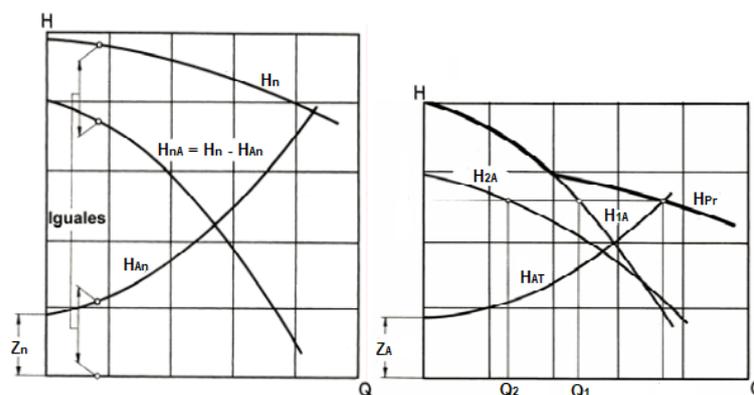


Figura 2. Curva característica reducida de una bomba  $n$  en el punto A (izquierda). Curva característica para la combinación en paralelo de dos bombas virtuales trabajando contra una tubería común (derecha).

2. Realizar la corrección dinámica (reducción de la carga real de las bombas debido a las pérdidas de carga en las tuberías del sistema individual de cada bomba) para cada bomba. También se puede hacer de forma gráfica o analítica
3. Calcular la corrección estática, la cual se obtiene de la diferencia entre los niveles del agua que existen en cada depósito de succión y el nivel virtual establecido para el sistema hidráulico general,  $Z_{sv}$ . Este último, podría calcularse de varias formas: como un promedio de los niveles de agua de todos los depósitos de succión del sistema de bombeo, mediante la fijación de un valor fijo de  $Z_{sv}$ , el cual pudiera ser el valor más pequeño de todos los niveles, el mayor, o el que se decidiera establecer como patrón de las  $n$  bombas. La desventaja de la primera opción, es que sería necesario computar  $n$  correcciones estáticas, mientras que, para las otras tres variantes, el número de correcciones estáticas a realizar sería  $n-1$ .

Sin embargo, desde el punto de vista de la comodidad de los cálculos, esta última elección sería la mejor variante. Si bien, por una cuestión de mayor agilidad en los cálculos y una mejor comprensión de la idea conceptual del procedimiento, se acostumbra a tomar un valor único del nivel virtual de succión, bien pueden tomarse varios en función de cada subsistema. En ese caso, la notación que se establecería para los niveles virtuales de succión de cada subsistema sería  $Z_{vNSn}$ . Tomando como ejemplo el campo de pozos de la figura 1-, se tendrían  $Z_{vNSA}$  (para el subsistema B-1, B-2 y el nodo secundario A) y  $Z_{vNSB}$  (para el subsistema B-3, nodo secundario A y nodo principal B).

4. Computar para cada bomba, la carga virtual correspondiente a cada caudal de referencia según la siguiente expresión:

$$H_{nN} = H_n - hf_n - (Z_{sv} - Z_n) \quad (10)$$

Donde:  $H_{nN}$ : carga virtual de la bomba  $n$ , (m);  $H_n$ : carga real de la bomba  $n$ , (m);  $hf_n$ : pérdidas de carga en el sistema individual de la bomba  $n$ , (m);  $Z_{sv}$ : cota piezométrica del nivel virtual establecido para el sistema de bombeo general, (m), y  $Z_{sn}$ : cota del nivel del agua en el depósito de succión (nivel dinámico en el pozo) de la estación de la bomba  $n$ , (m).

5. Obtener (gráficamente o analíticamente) las curvas características carga-capacidad de las bombas virtuales  $B_{nN}$  en el nodo
6. Combinar (gráficamente o analíticamente) en paralelo las  $n$  bombas virtuales para obtener la bomba equivalente virtual,  $B_{1-n}$ , en el nodo.

Conceptualmente, una vez realizado este último paso, se tendría en el nodo (ejemplo: nodo A para la figura 1 (imagen de la izquierda)) una estación de bombeo virtual, donde estarán instaladas las  $n$  bombas virtuales con su equivalente virtual en paralelo, cuya cota del nivel del agua en el depósito de succión será el nivel virtual establecido para el sistema,  $Z_{sv}$ .

Tomando como ejemplo la imagen de la izquierda de la figura 1, el sistema de bombeo se simplificaría a un esquema de estación de bombeo virtual-tubería-depósito de descarga. Se pudiera reestructurar más el sistema realizando la corrección dinámica a la combinación de las bombas virtuales en paralelo,  $B_{1-n}$  a partir de la tubería común. En teoría, esto sería equivalente a tener una estación de bombeo con una bomba virtual,  $B_{1-n-T}$  que estuviera acoplada al tanque o depósito de succión (longitud de la tubería común igual a cero).

En cuanto a la notación de las bombas virtuales durante el proceso, por una cuestión práctica, conviene apoyarse en el enfoque propuesto por Martínez y Riaño (2010), de utilizar una codificación de forma análoga a la clasificación hidrológica numeral de los ríos. En este sentido, se formula la siguiente notación general:  $H^m_{1-n}$ ; donde el superíndice  $m$ : representa la cantidad de virtualizaciones que se ha realizado hasta un nodo específico, mientras que el subíndice  $1-n$ , representa la cantidad y las bombas específicas que han participado en el proceso de virtualización hasta ese momento. Se recomienda este criterio de notación para grandes sistemas de campos de pozos con varios nodos.

Para una mejor comprensión del procedimiento metodológico para la aplicación del método de las bombas virtuales, se aplicará a un ejemplo de un sistema fuente por bombeo como el ilustrado en la imagen de la izquierda de la figura 1, el esquema más sencillo que se puede plantear.

#### EJEMPLO DE APLICACIÓN PARA UN SISTEMA FUENTE POR BOMBEO MULTINODAL (CAMPO DE POZOS)

Las bombas 1 y 2 empleadas para este estudio son bombas sumergibles de pozo profundo, de una sola etapa (Bombas Worthington, 1986). Se usará polietileno de alta densidad (PEAD) como material para las tuberías con una rugosidad absoluta de la tubería,  $\epsilon = 0,0000025$  m. Se considerará una viscosidad cinemática para el agua de  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s. Las cotas de los niveles del agua en los depósitos de succión son de 10 m y 20 m para la bomba 1 y 2 respectivamente. El diámetro interior de ambas tuberías es de 200 mm. Las longitudes equivalentes de las tuberías son de 600 m, 400 m y 1000 m para los ramales 1, 2 y la tubería común o colectora del sistema, respectivamente.

Aplicando los pasos 1 y 2 descritos para el procedimiento para el trabajo con el Método de las bombas virtuales, se obtiene los resultados mostrados en la tabla 1 y en las figuras 3 y 4.

Tabla 1. Datos de las curvas características de las bombas reales y sus virtuales.

Caudal Q (m <sup>3</sup> /h)	Cargas de las bombas reales		Pérdidas de carga en el sistema de tuberías individual de cada bomba		Cargas de las bombas virtuales	
	H <sub>1</sub> (m)	H <sub>2</sub> (m)	h <sub>f1</sub> (m)	h <sub>f2</sub> (m)	H <sub>1A</sub> (m)	H <sub>2A</sub> (m)
0	46,80	28,91	0	0	46,800	28,910
20	46,77	28,86	0,108	0,072	46,662	28,788
40	45,64	28,27	0,369	0,246	45,271	28,024
60	43,38	27,14	0,762	0,508	42,618	26,632
72	41,48	26,21	1,058	0,705	40,421	25,504
84	39,19	25,08	1,397	0,931	37,793	24,149
96	36,49	23,75	1,778	1,185	34,712	22,565
108	33,4	22,23	2,200	1,467	31,200	20,763
120	29,89	20,53	2,663	1,775	27,227	18,755
132	25,98	18,62	3,165	2,110	22,815	16,510
144	21,68	16,52	3,707	2,471	17,973	14,049
150	19,37	–	3,992	–	15,378	–

En el paso 3 se procede a determinar la corrección estática para el sistema. Para esto debe asumirse primero cual será el nivel virtual, Z<sub>sv</sub> que se establecerá para el sistema. De las variantes posibles, se propone que sea el promedio de ambas cotas de los niveles de agua en los dos depósitos de succión, o sea, 15 m. Por lo tanto, las correcciones estáticas quedarían calculadas como: (Z<sub>1</sub> – Z<sub>sv</sub> = 10 – 15 = -5 m) y (Z<sub>2</sub> – Z<sub>sv</sub> = 20 – 15 = 5 m) para las bombas 1 y 2 respectivamente.

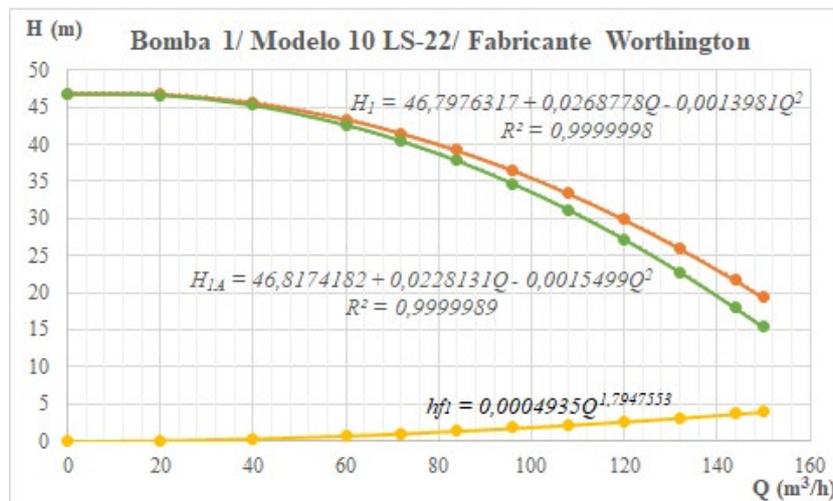


Figura 3. Expresiones gráficas y analíticas de las curvas carga vs. capacidad real y virtual de la bomba 1 junto con las pérdidas de carga para su sistema de tuberías.

Los valores calculados de las cargas virtuales a través de la ecuación 10 del paso 4, se muestran en la tabla 1. Como parte del paso 5, en las figuras 3 y 4 se ilustran las gráficas de las curvas carga-capacidad virtuales para las bombas 1 y 2 junto con sus polinomios representativos. En estas figuras se publican, además, las gráficas de las curvas H vs. Q reales y las de pérdidas de carga de cada sistema independiente de cada bomba, junto con sus respectivas ecuaciones que las modelizan.

Para el desarrollo del paso 6 se proponen la vía gráfica y analítica:

### SOLUCIÓN GRÁFICA

La solución gráfica del problema de las dos bombas 1 y 2 que trabajan en paralelo, se obtiene a partir de la construcción de la curva de las dos bombas virtuales que trabajan en paralelo, de la manera siguiente:

1. La bomba virtual  $B_{1A}$  produce un caudal  $Q_1$  para la carga  $H_A$  (carga en el nodo A). La bomba virtual  $B_{2A}$  brinda con la misma carga  $H_A$ , un caudal  $Q_2$ . Ambas bombas virtuales trabajando conjuntamente contra la carga  $H_A$  producen el caudal  $Q_A = Q_1 + Q_2 = Q_P$ . El punto de la curva para el trabajo en conjunto viene representado por las coordenadas:  $H = H_A$  y  $Q = Q_A = Q_1 + Q_2$
2. Se obtiene, para diferentes valores de  $H_A$ , la curva de  $H_A$  vs.  $Q_A$  indicada en la figura 5 como la coordenada  $B_{1-2A}$  y que corresponde a una bomba virtual que reemplaza a todo el sistema hasta el punto A.
3. El punto de intersección de esta curva con la curva característica del sistema de tuberías para el tramo común A-T (nodo-depósito de descarga), sin incluir las tuberías de succión e impulsión secundarias, es la solución buscada al problema, o sea, el punto de operación real para este sistema. Los datos de la curva característica del sistema de tuberías para el tramo A-T, se muestran en la tabla 2.

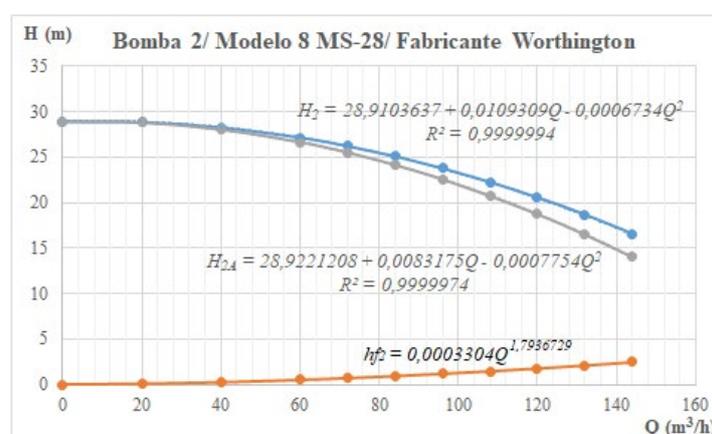


Figura 4. Expresiones gráficas y analíticas de las curvas carga vs. capacidad real y virtual de la bomba 2 junto con las pérdidas de carga para su sistema de tuberías.

4. El punto de intersección de esta curva con la curva característica del sistema de tuberías para el tramo común A-T (nodo-depósito de descarga), sin incluir las tuberías de succión e impulsión secundarias, es la solución buscada al problema, o sea, el punto de operación real para este sistema. Los datos de la curva característica del sistema de tuberías para el tramo A-T, se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Datos de la curva característica de la tubería de impulsión común para el tramo A-T.

Gasto	Pérdidas en la tubería de impulsión principal A-T	Carga del sistema de tuberías
Q (m³/h)	$h_{fc}$ (m)	$H_{sist.}$ (m)
0	0,000	15,000
36	0,175	15,175
72	0,604	15,604
108	1,253	16,253
144	2,107	17,107
180	3,158	18,158
216	4,398	19,398
252	5,823	20,823
288	7,430	22,430
324	9,214	24,214

A partir del gráfico de la figura 5, se puede extraer que el gasto de operación del sistema es de 247 m³/h para una carga de trabajo de 20,6 m. Para esta carga, los valores de los gastos de cada bomba son:  $Q_1 = 137$  m³/h y  $Q_2 = 110$  m³/h.

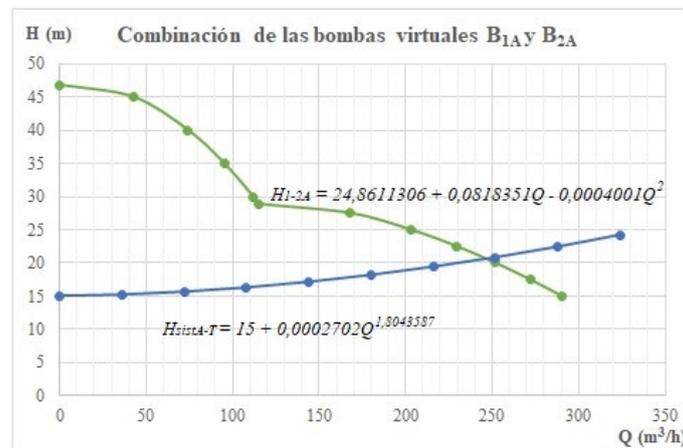


Figura 5. Operación de las bombas virtuales 1 y 2 en paralelo contra el sistema de la tubería común A-T.

### SOLUCIÓN ANALÍTICA

Las ecuaciones de las curvas carga-capacidad de las bombas originales, sus respectivas virtuales, la curva característica del sistema de tuberías A-T (tramo común) y la de la combinación en paralelo de las dos bombas virtuales trabajando contra el sistema de la tubería colectora, aparecen en las figuras 3, 4 y 5 en ese orden. Para el caso de esta última formulación, esta solo es aplicable para el intervalo donde se unen los aportes de caudales de las dos bombas virtuales al sistema A-T.

Trabajando con las expresiones analíticas se obtienen las soluciones siguientes: punto de operación para el sistema A-T:  $H_A = 20,624$  m y  $Q_A = Q_P = Q_1 + Q_2 = 247,348$  m<sup>3</sup>/h; para este valor de  $H_A$  se obtienen los valores de los caudales que aportan cada una de las bombas:  $Q_{1A} = Q_1 = 137,599$  m<sup>3</sup>/h y  $Q_{2A} = Q_2 = 109,749$  m<sup>3</sup>/h.

Generalizando este procedimiento para un conjunto de  $n$  bombas acopladas en un sistema interconectado en paralelo multinodos (ej.: campo de pozos como el que se ilustra en la figura 1 (imagen de la derecha)) se procedería de la siguiente manera: si se acoplara una tercera bomba cuya impulsión secundaria se enlaza en el nodo B de la referida figura:

1. Se transforma la curva  $B_{1,2A}$  en una segunda curva virtual restándole a cada carga las pérdidas de carga en el tramo A-B para cada caudal  $Q_{1A} + Q_{2A}$ , obteniéndose la curva  $B_{1,2B}$
2. De manera similar a como se obtuvieron las restantes curvas virtuales para las bombas 1 y 2 se obtiene la curva de la bomba virtual  $B_{3B}$
3. Se combinan las dos curvas anteriores para obtener la curva  $B_{1,2,3B}$
4. Se encuentra la intersección de dicha curva con la curva característica del sistema de tuberías para el tramo B-T, confluencia que define el punto de operación para las tres bombas 1, 2, y 3 trabajando conjuntamente en paralelo.
5. Como paso final se obtienen los valores de  $H_B$  y  $Q_B$ , que definen la coordenada del punto de operación para el caso de tres bombas operando en paralelo.

## 03 CONCLUSIONES

El método de las bombas virtuales es un procedimiento práctico y sencillo que se utiliza para obtener las curvas características ajustadas de la combinación de bombas en paralelo. Este concepto de bombas virtuales simplifica grandemente el cálculo hidráulico de los puntos reales de operación y en general la comprensión física del problema. En este trabajo se realizó una introducción al método y sus principios hidráulicos fundamentales.

El procedimiento se podría resumir de la manera siguiente: Con la información de las curvas características de las bombas y las curvas del sistema de tuberías desde las bombas hasta el punto de unión del sistema de tuberías, estas últimas se restan a las curvas carga – capacidad de las bombas, obteniéndose así las curvas características ajustadas de las bombas a la carga correspondiente al punto de unión de los sistemas de tuberías. Después de haberse realizado este primer paso, entonces se puede aplicar el método convencional de sumar las curvas ajustadas ya que todas están referidas a la misma carga.

Se presenta un ejemplo práctico de dos bombas acopladas en paralelo para ilustrar de una manera más eficiente dicho método mostrando sus bondades y utilidad práctica en la simulación de la operación de sistemas de bombeo.

## 06 REFERENCIAS

- Bombas Worthington** (1986). “Catálogo técnico: bombas sumergibles”, Sucursal Madrid, Madrid.España.
- Cabrera E.** (2009). “Ingeniería hidráulica aplicada a los sistemas de distribución de agua”, Editorial Unidad Docente Mecánica de Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia, t. 1 y 2, 3ra edición, ISBN 978-846-13-3949-5, Valencia, España.
- Castilla A. y Galvis G.** (1993). “Bombas y estaciones de bombeo”, Centro Inter-Regional de Abastecimiento y Remoción de Agua (CINARA)-Universidad del Valle, Ed. Ultragraf Editores, ISBN 978-777-98-6726-5, Cali, Colombia.
- Cherkasski V. M.** (1986). “Bombas ventiladores compresores”, Ed. Mir Moscú, Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS).
- Galguera C. L.** (2015). “Metodología para el diseño y simulación hidráulica de un sistema fuente por bombeo desde campo de pozos”, Trabajo de diploma, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría”, Cujae, La Habana, Cuba.
- Karassik I., Krutzsch W., Fraser W. and Messina J.** (1986). “Pump Handbook”, 2nd edition, Ed. John Wiley & Sons, Inc., ISBN 978-007-03-3302-4, New York, United States, 1986.
- Martínez Y.** (2011). “Metodología para el diseño hidráulico de las estaciones de bombeo para acueducto”, Tesis de doctorado, Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría” (Cujae), La Habana, Cuba.
- Martínez Y. y Riaño F.** (2010). “Características peculiares de la operación de bombas rotodinámicas en paralelo”, Ciencias Técnicas Agropecuarias, 19 (2): 38-43, Universidad Agraria de La Habana Fructuoso Rodríguez (UNAH), ISSN 1010-2760, Mayabeque, Cuba.
- Miranda Y.** (2013). “Metodología para el diseño hidráulico de las estaciones de bombeo en función de la velocidad específica”, Trabajo de diploma, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría”, Cujae, La Habana, Cuba.

- Pardo R. y Ruiz M. I.** (1980). "Algunas consideraciones sobre el funcionamiento de bombas en paralelo", Revista Ingeniería Hidráulica, 1 (1): 20-28, Instituto Superior Politécnico Superior "José Antonio Echeverría", La Habana, Cuba.
- Pérez Franco D.** (2012). "Estaciones de Bombeo", Editorial Félix Varela, ISBN 978-959-07-1379-8, La Habana, Cuba.
- Sterling SIHI** (2003). "Principios Básicos para el Diseño de Instalaciones de Bombas Centrífugas", (Manual técnico), 7th edition, Ed. Sterling Fluid Systems Group, Madrid, España, 2003.
- Turiño I. M.** (1996). "Procedimientos metodológicos para el diagnóstico operacional en sistemas de bombeo mediante modelos matemáticos", Tesis de doctorado, Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Central de las Villas Marta Abreu (UCLV), Santa Clara, Cuba.

#### CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses.

#### CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

**Yaset Martínez Valdés**

<https://orcid.org/0000-0001-9770-022X>

Participó en la elaboración del procedimiento metodológico para la aplicación del Método de la Bomba Virtual, así como en el trabajo del procesamiento de los datos del caso de estudio, haciendo contribuciones en su análisis e interpretación. Participó en la búsqueda de referentes bibliográficos y en la redacción del trabajo.

**Félix Abelis Riaño Valle**

<https://orcid.org/0000-0002-9342-6064>

Realizó contribuciones en el diseño de la investigación y en el análisis de los resultados del caso de estudio, así como en la búsqueda de información bibliográfica, revisión y redacción del trabajo en su versión final.