

Ajuste de las curvas características de las bombas rotodinámicas

Yaset Martínez Valdés

E-MAIL: yaset1977@gmail.com

Profesional independiente

Félix Riaño Valle

E-MAIL: riano@tesla.cujae.edu.cu

Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Cujae, La Habana.

Yilian Álvarez Gil

E-MAIL: yilianal@civil.cujae.edu.cu

Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Cujae, La Habana.

RESUMEN

Tradicionalmente la información relacionada con el comportamiento de las bombas rotodinámicas ha sido brindada de forma gráfica, mediante sus cuatro curvas características: carga-capacidad, eficiencia-capacidad, potencia-capacidad y NPSHr-capacidad. En la actualidad y estimulados por la extensión del uso de la computación, los fabricantes de bombas rotodinámicas han comenzado a generalizar el empleo de ecuaciones matemáticas en sustitución de la forma gráfica para brindar la información relacionada con sus bombas y como medio más expedito para el estudio del comportamiento hidráulico de los sistemas de bombeo. De esta manera, resulta imprescindible definir los métodos para obtener las expresiones matemáticas representativas de las curvas características de las bombas, a partir de los gráficos y/o datos proporcionados por el fabricante, ya que estos no brindan esta información de forma analítica. Se presentan las tres técnicas más empleadas para realizar el proceso de matematización de las curvas características para su posterior digitalización.

PALABRAS CLAVES:

ajuste, curvas, características, bombas, rotodinámicas

Adjustment of the characteristic curves of rotodynamic pumps

ABSTRACT

Traditionally, the information related to the performance of rotodynamic pumps has been provided graphically, by means of their four characteristic curves: head-capacity, efficiency-capacity, power-capacity and NPSHr-capacity. Nowadays, stimulated by the widespread use of computers, rotodynamic pump manufacturers have begun to use mathematical equations to replace the graphical form to provide information related to their pumps and as a more expeditious means of studying the hydraulic behavior of pumping systems. In this way, it is essential to define the methods for obtaining the mathematical expressions representative of the characteristic curves of the pumps, from the graphs and/or data provided by the manufacturer, since these do not provide this information in an analytical form. The three most commonly used techniques are presented to perform the process of mathematization of the characteristic curves for their subsequent digitization.

KEYWORDS: adjustment, curves, characteristics, pumps, rotodynamics

01 INTRODUCCIÓN

En muchos casos los análisis hidráulicos de los sistemas de bombeo deben ser resueltos por la vía analítica, ya sea manualmente o mediante el uso de equipos de cómputo. En este último caso, resulta imprescindible expresar matemáticamente las curvas características de las bombas rotodinámicas a partir de los gráficos presentados por los fabricantes, ya que estos raramente modelizan analíticamente el comportamiento de estos equipos (Riaño y Lorence 1986). En este aspecto conviene explicar que, normalmente, la información relativa al comportamiento de una bomba aparece recogida en gráficas del catálogo del fabricante, y en pocas ocasiones se adjunta también una tabla de valores correspondientes a un ensayo normalizado de la bomba.

La precisión y la validez en todo el rango de esta información suele ser bastante desconocida, sobre todo cuando se trata de bombas en servicio durante mucho tiempo y con un mantenimiento deficiente, para el caso de bombas que se encuentren en explotación. En cualquier caso, dado que se trata de las características de una gama de bombas, la información corresponde al promedio de las prestaciones de ese conjunto, en base al ensayo normalizado de las mismas, por tanto, debe aceptarse una dispersión en los valores (De Eça Guimaraes et al. 2012).

Con el objeto de determinar con mayor claridad cuál debe ser la garantía de los datos en servicio de una bomba, se recomienda consultar las normas de pruebas y ensayos de grupos de bombeo, entre las que destacan las normas ISO 9906:2012 en su anexo A (ISO 2012) y la ANSI/HI 14.6-2022 (ANSI/HI 2022). En todas ellas se emplea el concepto de zona y curva de garantía de una bomba, tal y como se resume en la figura 1, donde se establece la banda de confianza de la curva de una bomba rotodinámica genérica.

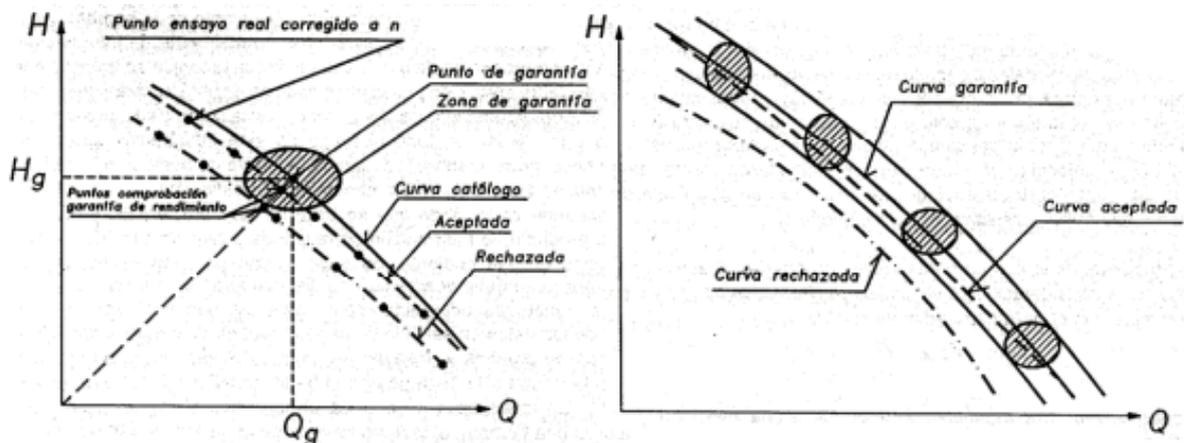


Figura 1. Expresión gráfica de la norma ISO 9906 Anexo A para el ensayo de bombas rotodinámicas.

Los datos funcionales y topológicos de las bombas rotodinámicas en un sistema de bombeo, deben ser definidos mediante sus características de funcionamiento, incluyendo sus curvas características adecuadas. Estas curvas representativas de los valores del caudal versus carga, potencia, eficiencia y NPSHr son proporcionadas por un fabricante y son presentadas mediante algún tipo de función de correlación ajustada o a través de un conjunto representativo de sus puntos característicos, resultando ser imprescindibles para realizar cualquier análisis hidráulico del sistema de bombeo. Por su parte, la inercia, que como es sabido puede tener una importancia crucial cuando se realizan cálculos de fenómenos transitorios en el sistema, debe ser obtenida también del fabricante o estimada a partir de algunas de las fórmulas disponibles en la literatura (De Eça Guimaraes et al. 2012).

Sin embargo, este proceso de digitalización de las curvas características de las bombas rotodinámicas no está exento de problemas de precisión que pueden surgir de los métodos de digitalización de dichas curvas. Esto es un aspecto que los usuarios finales deben conocer, qué tan precisos son estos procedimientos y cómo se generan, teniendo en cuenta su implicancia en el proceso de selección y evaluación de una bomba rotodinámica. Este es un tema de vital importancia, en un momento donde la industria del sector avanza hacia los catálogos electrónicos con más prestaciones, los cuales se pueden encontrar en línea en las páginas web oficiales de los fabricantes y/o asociaciones y como parte de los paquetes de análisis hidráulico de los programas de selección de bombas.

02 DESARROLLO

La forma de las curvas características de las bombas rotodinámicas es un aspecto importante del comportamiento hidráulico de estas vinculado muy directamente con la velocidad específica, Nq . En general, para esta clase de bombas, una reducción de la carga, da lugar a un aumento del caudal y viceversa, pero la razón de variación es diferente para bombas que tienen distinta velocidad específica. Para bombas de baja velocidad específica, las curvas de carga-capacidad son en general planas, volviéndose más empinadas según crece la velocidad específica, aunque la mayor o menor inclinación de las curvas también está asociada con la relación entre el área de salida del impelente y el área de la garganta de la caja, en lo que se conoce como Teoría de las Áreas (Martínez 2011).

FACTORES RELACIONADOS CON EL COMPORTAMIENTO HIDRÁULICO DE LAS BOMBAS ROTODINÁMICAS Y SU RELACIÓN CON LA VELOCIDAD ESPECÍFICA

Las curvas H-Q, en las que la carga disminuye al aumentar el caudal se denominan estables. En una curva H-Q estable, a cualquier valor de la carga le corresponde un solo valor del caudal. En contraste, las curvas H-Q inestables son aquellas en las que se produce una gama de caudales para los que aumenta la carga al aumentar el caudal. En este caso, se pueden asociar dos o más valores del caudal con un solo valor de carga. Este tipo de curvas se presenta generalmente en casos de muy baja velocidad específica (Pérez 2012).

Para el caso de la curva de potencia absorbida P - Q de una bomba rotodinámica, para aquellas de diseño de canal lateral, la máxima potencia absorbida se da para $Q = 0$. En las bombas de flujo radial la potencia absorbida aumenta al crecer el caudal, ya que $P_o \approx (0,4 \div 0,6) \cdot P_{opt}$. La máxima potencia absorbida por las bombas de flujo mixto se produce aproximadamente para Q_{opt} volviendo a caer con caudales mayores. En el caso de las bombas de flujo axial, la máxima potencia absorbida se produce cuando $Q = 0$, cayendo al ir aumentando los caudales (Sterling 2003).

La curva de rendimiento o eficiencia η - Q aumenta inicialmente al aumentar el caudal hasta llegar a un punto máximo en el caudal óptimo de la bomba, cayendo después al seguir aumentando el caudal. La convexidad superior de la curva de eficiencia-capacidad se hace más aguda según aumenta la Nq . Por último, la forma de la curva de $NPSHr$ - Q depende en gran medida de la velocidad específica como puede verse en la figura 2 (Sterling 2003).

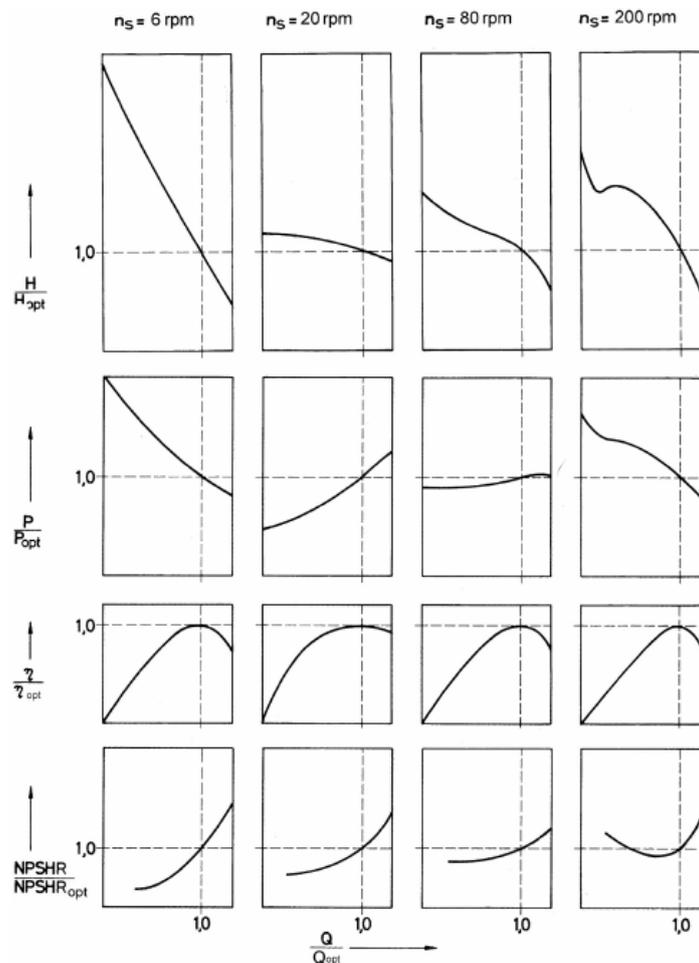


Figura 2. Influencia de la velocidad específica Nq en la forma característica de las curvas adimensionales de las bombas rotodinámicas.

PROCESO DE DIGITALIZACIÓN DE LAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS BOMBAS ROTODINÁMICAS

Un software de selección y evaluación de bombas debe reproducir con la mayor precisión posible las curvas de las bombas publicadas por un fabricante, con el fin de poder ayudar al cliente a evaluar la bomba para una aplicación determinada. La clave para generar curvas digitales precisas es el método con el que se guardan y muestran los datos característicos de la bomba. Todas las formas de digitalización de las curvas características de las bombas rotodinámicas implican la obtención de puntos de datos de los fabricantes de bombas. Estos puntos característicos pueden extraerse de las curvas en papel publicadas o recopilarse directamente de los fabricantes.

Regresión polinomial

Es el método más empleado para obtener los polinomios representativos de las curvas características de las bombas rotodinámicas. Consiste en tomar varios puntos a lo largo de las curvas características de las bombas rotodinámicas y realizar un análisis de regresión polinómica para todo el intervalo de dominio de la función. Para realizar esto deben tenerse en cuenta los puntos singulares (cambio de pendientes e inicio y final de las curvas características) computando un mínimo de siete puntos y un máximo de 21. Estos polinomios que describen las respectivas curvas características son los que se utilizan en los programas de selección de bombas.

Una vez obtenidas las ecuaciones polinómicas representativas de las curvas características, se descartan los puntos de datos originales y estas se pasan a representar mediante las referidas formulaciones. Dependiendo de la forma de la curva original publicada, estas expresiones polinómicas pueden ser o no una representación precisa.

Usualmente se proponen para las bombas rotodinámicas polinomios de segundo grado para todas las ecuaciones características. En general, el orden de los polinomios de ajuste en función del caudal, puede ser mayor, consiguiendo con ello una mejora en la bondad del ajuste, siempre y cuando se disponga de una buena y amplia base de datos experimental. Esto está más justificado en el caso de bombas de tipo mixto, axial y con otros impelentes de diseño especial. No obstante, la elevación del grado del polinomio presenta serios inconvenientes, como una mayor incertidumbre en el valor de los coeficientes y un error mayor en la extrapolación. Estas desventajas se acrecientan cuando se dispone de pocos puntos de ensayo y pertenecientes a un rango relativamente estrecho entorno al punto óptimo, situación bastante frecuente.

Para obtener las ecuaciones que representan las curvas características de las bombas se seleccionan una serie de puntos representativos de estas y se aplica el Método de los Mínimos Cuadrados para encontrar las expresiones matemáticas correspondientes (Pérez Franco 2012). Los formatos de ecuaciones más usados que modelan las cuatro curvas características de diseño de las bombas rotodinámicas son (Turiño 1996) (Martínez 2011):

$$\text{Curva carga-capacidad, (H-Q): } H = A \pm BQ - CQ^2 \quad (1)$$

donde: H : carga que desarrolla la bomba, (m); A : coeficiente del polinomio representativo de la curva $H-Q$ que define el valor de la carga que desarrolla la bomba para caudal cero o válvula cerrada, (m); B y C : coeficientes del polinomio representativo de la curva $H-Q$ que están en función de las pérdidas de carga en el interior de la bomba, (s/m^2), (s^2/m^5) respectivamente y Q : caudal impulsado por la bomba, (m^3/s).

$$\text{Curva potencia-capacidad, (P-Q): } P = D \pm EQ - FQ^2 \quad (2)$$

donde: P : potencia absorbida por la bomba, (kW); D : coeficiente del polinomio representativo de la curva $P-Q$, que define el valor de la potencia consumida por la bomba para caudal cero, (kW) y E y F : coeficientes del polinomio representativo de la curva $P-Q$ dependientes de las pérdidas de potencia de la bomba, ($s \cdot kW/m^3$), ($s^2 \cdot kW/m^6$) respectivamente.

$$\text{Curva eficiencia-capacidad, (\eta-Q): } \eta = GQ - HQ^2 \quad (3)$$

donde: η : eficiencia de la bomba, (adim.) y G y H : coeficientes del polinomio representativo de la curva $\eta-Q$, (s/m^3), (s^2/m^6) respectivamente.

$$\text{Curva NPSH}_r\text{-capacidad, (NPSH}_r\text{-Q): } NPSH_r = I - JQ + KQ^2 \quad (4)$$

donde: $NPSH_r$: $NPSH$ requerida por la bomba, (m) e I , J y K : coeficientes del polinomio representativo de la curva $NPSH_r-Q$ que describen las características de succión de la bomba, (m), (s/m^2), (s^2/m^5) respectivamente.

En estas ecuaciones, el coeficiente A , D e I son siempre positivos ya que corresponden a la carga y la potencia a válvula cerrada o caudal nulo y el valor inicial de la $NPSH_r$. Los coeficientes C y H son siempre negativos, dada la concavidad hacia abajo tanto de la curva de carga-capacidad como la de eficiencia-capacidad. El resto de los coeficientes, adoptan valores negativos o positivos en función de la forma de la curva característica, particularidad que se puede representar mejor en su formato

adimensional, en función de la velocidad específica de la bomba. Esto dependerá de la posición del valor máximo o mínimo del polinomio en el primer cuadrante de análisis de la bomba (Cabrera 2009).

Cuando se trata de mostrar las curvas características de la bomba en un software, una curva de regresión polinómica simple como las anteriores, en algunos casos puede tender a no representar fielmente la curva de la bomba original en algunos puntos singulares o a suavizar dichas anomalías, pudiendo tener consecuencias menores en el mejor de los casos o significativas en el peor. Podría ocurrir un escenario más perjudicial si la curva de regresión polinómica aumentara significativamente por encima de la curva real. En este caso, el programa puede sugerir una bomba viable que podría no cumplir con los criterios del punto de diseño. Además, si la bomba funciona en áreas donde la curva de regresión polinómica se desvía de las curvas publicadas por el fabricante, el usuario final podría obtener cifras de uso de energía y costos operativos erróneos.

Analizando la figura 3, se puede ilustrar los problemas asociados con el método de regresión polinómica simple de digitalización de curvas. En la figura 3 se muestran las curvas de carga-capacidad, que, para el caso, las negras son las curvas reales probadas proporcionadas por el fabricante, mientras que las de color magenta, superpuestas sobre las primeras, son las generadas por una herramienta de selección de bombas mediante una regresión polinómica simple. El recuadro es una vista cercana de las anomalías en este caso de estudio.

Regresión por función por partes

Este tipo de regresión ha sido muy utilizada por los autores para la obtención de los polinomios representativos de las curvas características de las bombas rotodinámicas. Especialmente se ha empleado para aquellas bombas con una velocidad específica media-alta, las cuales poseen curvas características con cierto grado de inestabilidad (véase figura 2). Una función definida por partes (también denominada función multipartes, función por partes, función por pedazos, función por intervalo, función seccionada o función definida por tramos o trozos) de una variable real x , es la relación cuya definición está dada por varios conjuntos disjuntos de su dominio (conocidos como subdominios).

Una función por trozos es continua en un intervalo dado si está definida en el intervalo, las expresiones matemáticas apropiadas que constituyen a la función son continuas en ese intervalo, y no hay discontinuidad en ningún punto extremo de los subdominios en ese intervalo. Para determinar si los puntos extremos de los subdominios son puntos de continuidad, hay que comprobar que los límites laterales de la función coincidan. En la figura 3 se puede observar un ejemplo ilustrativo en el recuadro ampliado.

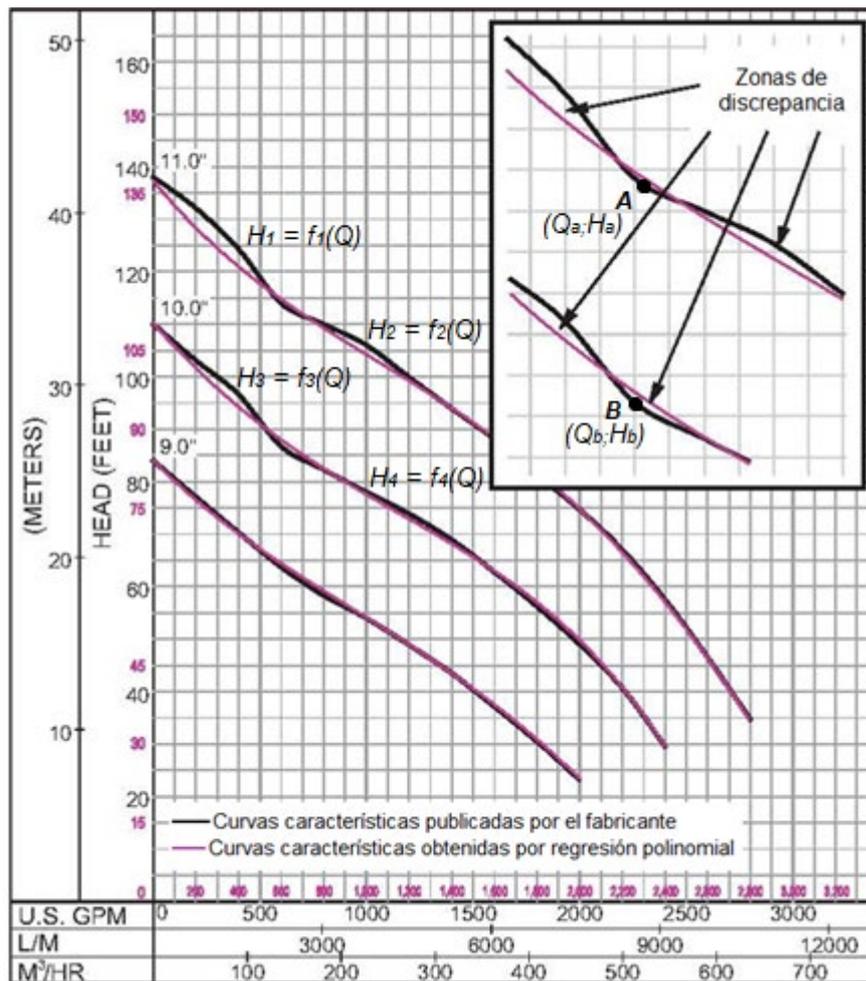


Figura 3. Curvas características de carga-capacidad de una bomba rotodinámica (originales brindadas por el fabricante y modelizadas por un polinomio).

En principio, el método de trabajo consiste en determinar los propios intervalos de trabajo y obtener el polinomio de mejor ajuste para cada tramo. Estos nodos o puntos de corte que son los puntos extremos de cada sección, son los llamados puntos singulares de las curvas características de las bombas rotodinámicas. Para el ejemplo de la figura 3, estas coordenadas son las correspondientes a los puntos A y B.

Los polinomios de mejor ajuste para cada intervalo deben cumplir con los siguientes criterios: describir la física del problema con la mayor sencillez posible (menor grado y de términos posibles), alto coeficiente de correlación, R^2 (superior a 0,99 en la medida de lo posible) y el menor valor del error relativo medio, δ_{rm} (inferior al 1% sería lo deseable). Para definir el subdominio real para cada tramo (intervalo de la variable independiente) basta con evaluar las funciones obtenidas del proceso de ajuste a ambos lados de un punto de corte y quedarse con aquella que cumpla mejor las condiciones definidas anteriormente.

Tomando el ejemplo de la figura 3, se trata de definir el subdominio real de los tramos a la izquierda y a la derecha de los puntos A o B de las dos curvas generales de carga-capacidad para los diámetros del impelente de 11 y 10 pulgadas, respectivamente. Una vez obtenidos los dos polinomios representativos de ambos tramos ($H_1 = f_1(Q)$ y $H_2 = f_2(Q)$ para la bomba con impelente de diámetro 11" o $H_3 = f_3(Q)$ y $H_4 = f_4(Q)$ para la bomba con impelente de diámetro 10") y, se procede a evaluarlos para el punto característico A o B según sea el caso, y aquel que cumpla las tres condiciones

apuntadas arriba, será el que se tome como referente para cada intervalo. Para este caso ilustrativo, si la función $H_1 = f_1(Q)$ fuera la que cumpliera dichos requisitos, entonces se define que el subdominio real del tramo a la izquierda del punto A sería: $(0 \text{ gpm} \leq Q \leq 620 \text{ gpm})$, mientras que el del intervalo a la derecha será, por ejemplo: $(620 \text{ gpm} < Q \leq 2800)$.

Regresión spline cúbica

Los splines son un método de interpolación que minimiza la curvatura general de una superficie a aproximar, resultando en una curva suave que pasa exactamente por los puntos deseados. Una función spline está formada por varios polinomios, cada uno definido sobre un subintervalo, que se unen entre sí obedeciendo a ciertas condiciones de continuidad. Se puede entender como una secuencia de segmentos de curvas o polinomios que se conectan entre sí para formar una sola curva continua, como una colección de trozos de curvas, en las que los extremos inicial y final están conectados. En la teoría de aproximación, un spline se define como un polinomio de grado n a trozos cuyos segmentos tienen continuidad C_{n-1} (continuidad de orden $n-1$). Se utilizan para aproximar curvas con formas complicadas. Producen buenos resultados con polinomios de grado bajo, evitando así las oscilaciones indeseables en la mayoría de las aplicaciones, que se producen con polinomios de grado elevado (Fenómeno de Runge) (Paluszny et al. 2005).

En la actualidad, por su simplicidad en su representación y la facilidad de cómputo, los splines se están convirtiendo en una herramienta matemática popular para la representación de curvas en informática, particularmente en el terreno de los gráficos por ordenador. Precisamente, esta peculiaridad es la que se utiliza para la descripción de las curvas características de las bombas rotodinámicas en aquellos casos que son demasiadas complicadas para definir las usando una sola curva o función polinómica (Stephens 2011).

Los splines de menor grado que cumplen con las condiciones de practicidad y precisión, son los lineales, parabólicos y cúbicos. Su diferencia viene dada por el grado máximo de los polinomios que lo forman en cada intervalo y las condiciones de regularidad en los puntos internos. La principal razón por la que los splines cúbicos son los más usados es por el hecho de que da como resultado un polinomio interpolador tal que es la función más suave que pasa por los puntos (x_i, y_i) interpolados (Paluszny et al. 2005).

De forma general, para una curva spline de regresión, para cada intervalo se ajustan polinomios de orden n y se incluyen restricciones de forma que las derivadas sean continuas hasta el orden $n-1$. En el caso particular de las curvas splines cúbicas o spline de grado 3 se deben cumplir las siguientes restricciones:

Cada polinomio debe pasar por los puntos de corte que lo delimitan (principio de continuidad)

La primera derivada de los polinomios debe de ser continua. La primera derivada de cada polinomio debe pasar por los puntos de corte que lo delimitan.

La segunda derivada de los polinomios debe de ser continua. La segunda derivada de cada polinomio debe pasar por los puntos de corte que lo delimitan.

Típicamente se seleccionan polinomios de grado $n = 3$, lo que se conoce como splines cúbicos con nodos equiespaciados. Estos se emplean con frecuencia ya que, a partir de la segunda derivada, el ojo humano no aprecia la discontinuidad en los nudos (Paluszny et al. 2005).

Por otro lado, los coeficientes del polinomio local cúbico que se está definiendo en el intervalo dado quedan relacionados con los coeficientes de los polinomios de los intervalos colindantes por

ambos lados. Si se toma el intervalo $[x_{i-1}, x_i]$ entonces el polinomio cúbico de splines se puede escribir en función del nodo de la izquierda x_i según la forma (Gotay 2004):

$$S^{(3)}(x) = a_0^i + a_1^i(x-x_i) + a_2^i(x-x_i)^2 + a_3^i(x-x_i)^3 \quad (5)$$

donde el supraíndice i de los todos los coeficientes representa el intervalo donde está definido dicho polinomio splines. Este polinomio debe de satisfacer las condiciones de interpolación de la función:

$$S_i^{(3)}(x_i) = y_i \quad (6)$$

y además debe de satisfacer las condiciones de continuidad para la primera derivada y para la segunda derivada como ya se ha apuntado:

$$S_i^{(3)}(x_i^-) = S_i^{(3)}(x_i^+) \quad (7)$$

$$S_i^{(3)}(x_i^-) = S_i^{(3)}(x_i^+) = m_i \quad (8)$$

$$S_i^{(3)''}(x_i^-) = S_i^{(3)''}(x_i^+) \quad (9)$$

cómo se puede ver en las expresiones anteriores se denotó como m_i el valor de las primeras derivadas. Después de obligar que el polinomio satisfaga todas las condiciones anteriores se obtiene una serie de ecuaciones que relacionan a los coeficientes del polinomio con los valores de y_i y de m_i según se muestra:

$$a_0^i = y_i \quad (10)$$

$$a_1^i = m_i \quad (11)$$

$$a_2^i = \frac{2m_i - m_{i-1}}{\Delta x} - 3 \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta x} \quad (12)$$

$$a_3^i = \frac{m_{i-1} - m_i + 2 \Delta x a_2^i}{\Delta x^2} \quad (13)$$

Debido a que dependen de los valores de m_i es necesario resolver un sistema de ecuaciones donde las incógnitas son los valores de m_i según la expresión:

$$m_{i-1} + 4m_i + m_{i+1} = \frac{3}{\Delta x}(y_{i+1} - y_{i-1}) \quad (14)$$

Si se conocen los valores: $m_0 = f'(x_0)$ y $m_n = f'(x_n)$ entonces el sistema anterior tiene una matriz tridiagonal simétrica y de diagonal estrictamente dominante (y, por tanto, invertible), brindando una única solución (sistema de ecuaciones 15)

$$\begin{cases} 4m_1 + m_2 = \frac{3}{\Delta x}(y_2 - y_0) - m_0 \\ m_{i-1} + 4m_i + m_{i+1} = \frac{3}{\Delta x}(y_{i+1} - y_{i-1}) \\ m_{N-2} + 4m_{N-1} = \frac{3}{\Delta x}(y_N - y_{N-2}) - m_N \end{cases} \quad (15)$$

Una vez conocidos todos los valores de m_i se sustituyen en las expresiones anteriores para calcular todos los coeficientes a_{0i} , a_{1i} , a_{2i} y a_{3i} de cada uno de los polinomios splines definidos en cada intervalo.

Con este método de regresión de tipo spline cúbica, se puede realizar un análisis numérico más robusto, permitiendo representar las curvas con una mayor precisión con respecto a las curvas características originales de las bombas rotodinámicas publicadas por el fabricante. Para aplicar este procedimiento, se deberá recopilar tantos puntos de datos como sea necesario para ajustarse con precisión a las formas de las curvas características publicadas y utilizar esta base de datos guardados para representar la curva publicada original en el programa de selección de bombas (Stephens 2011).

En la figura 4 se muestran las curvas de carga-capacidad del mismo fabricante en negro. Las curvas verdes superpuestas se generan mediante una herramienta de selección de bombas que utiliza un análisis de regresión spline cúbica. Este método obliga a las curvas a pasar por cada punto de datos recopilados. Luego se suavizan las curvas de un punto a otro para proporcionar una visualización clara y precisa de la curva de rendimiento de la bomba. El caudal y la carga nunca se exageran ni subestiman significativamente en ningún punto del rango de la curva. Los usuarios finales pueden utilizar estas pantallas con confianza al realizar evaluaciones de bombas.

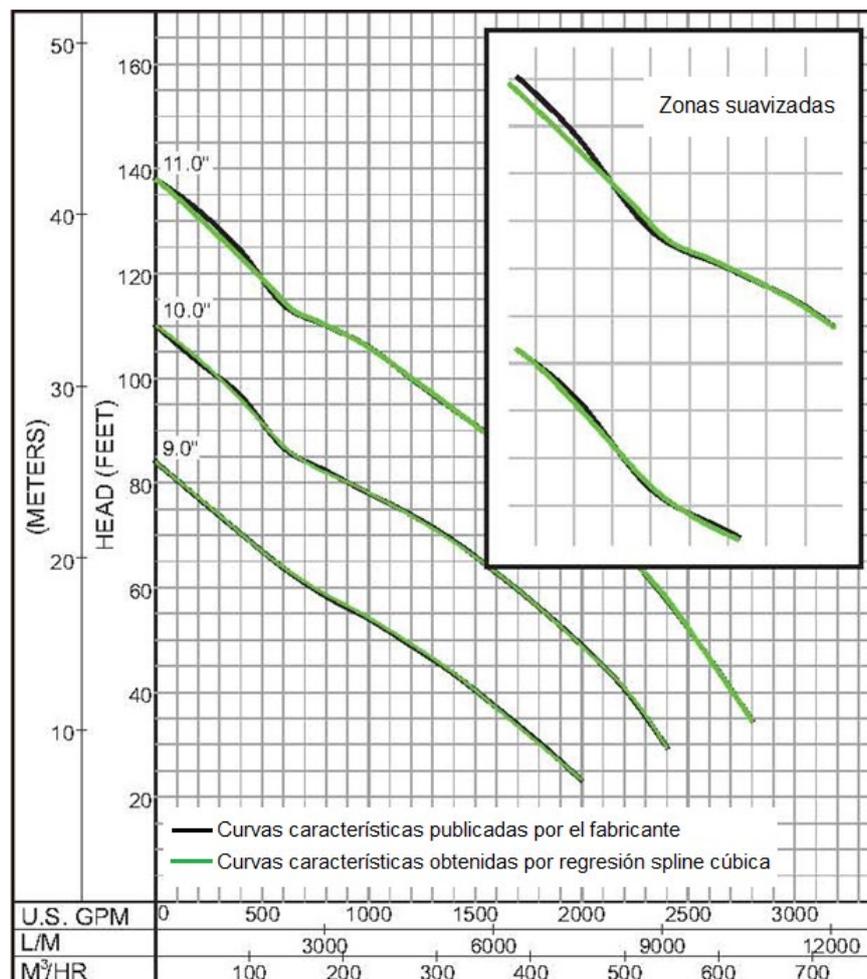


Figura 4. Curvas características de carga-capacidad de una bomba rotodinámica (originales brindadas por el fabricante y las obtenidas por una regresión spline cúbica).

Incluso las mejores técnicas de análisis numérico no pueden predecir anomalías entre puntos de datos. Si la curva característica que se va a digitalizar tiene este tipo de anomalías o singularidades, es imperativo que se recopilen suficientes puntos de datos dentro y alrededor de ese rango. Como mínimo, los puntos de datos deben recopilarse en los extremos y en el pico o valle de la singularidad. Lo ideal sería sumar un par de puntos más entre ellos. Esto permite que la herramienta de selección muestre la representación más precisa de los datos de desempeño originales y que el proceso de evaluación y selección continúe sin selecciones falsas (Stephens 2011).

Para reproducir resultados precisos y confiables, se debe recopilar un conjunto de datos del fabricante de la bomba y calcular el otro conjunto de datos. Al generar curvas, no es exacto que un programa de software intente recopilar y reproducir ambos conjuntos de datos del fabricante. Esto dejaría abierta la posibilidad de errores. Por ejemplo, se conoce que la eficiencia y la potencia de la bomba son funciones mutuas, una se calcula tomando como parámetro la otra y viceversa. En este sentido, se puede seleccionar un gasto, una carga y una eficiencia o del gráfico y luego realizar un cálculo manual de la potencia correspondiente y puede darse el caso que la potencia calculada no coincide con la potencia que se muestra en el gráfico.

Por este motivo, sólo se debe tomar del fabricante un conjunto de datos empíricos, eficiencia o potencia para luego calcular el otro. Además, los datos de eficiencia informados por la mayoría de los fabricantes de bombas suelen tener mucha más granularidad que los datos de potencia. Es decir, normalmente existe un rango más amplio de valores de eficiencia en el rango de operación de la bomba que en el rango de valores de potencia. Por este motivo, suele ser más preciso digitalizar los datos de eficiencia del fabricante y luego calcular los datos de potencia, que al revés.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para ver el efecto que la digitalización puede tener en la generación de curvas de potencia y eficiencia, se puede observar las curvas de la figura 5. En este ejemplo, el programa de selección de bombas intentó digitalizar las curvas de potencia isométricas y luego calcular las curvas de eficiencia isométricas a partir de la potencia. Se puede apreciar que las curvas de eficiencia representadas por el software están muy fuera de lugar, particularmente en y alrededor del rango operativo del 70% y más. No sólo las curvas isométricas de eficiencia están desalineadas, sino que los porcentajes claramente no coinciden con la curva publicada. La eficiencia total de la bomba está sobreestimada hasta en un tres por ciento.

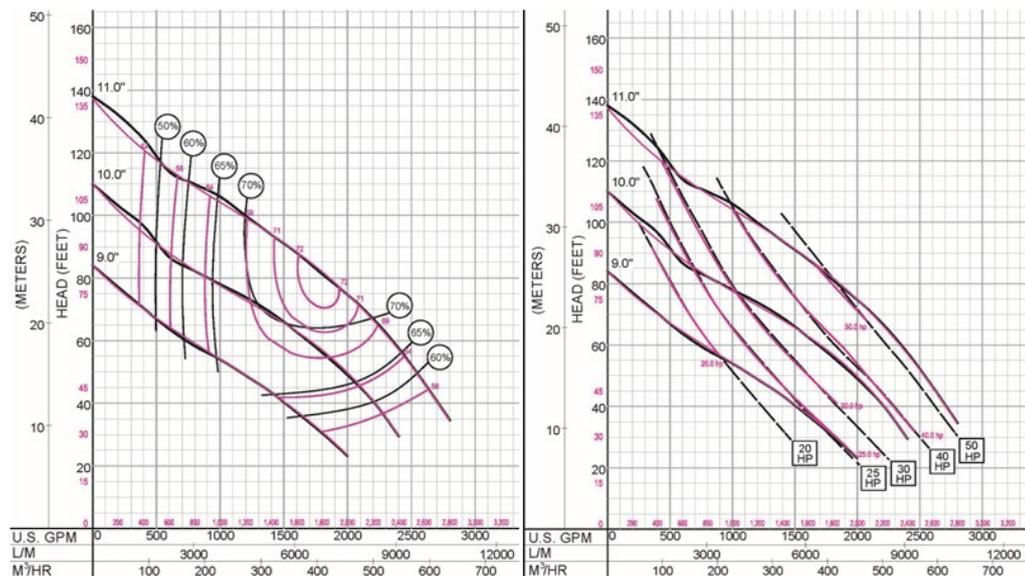


Figura 5. Curvas características de carga-capacidad, isopotencia-capacidad e isoeficiencia-capacidad de una bomba rotodinámica (originales brindadas por el fabricante y las calculadas modelizadas por una regresión polinómica).

Las curvas de carga-capacidad y la de potencia-capacidad del fabricante se superponen con las curvas del software de selección de bombas. Las curvas de potencia se representan muy bien para caudales bajos. Sin embargo, para el rango de potencia mostrado, el intervalo de potencias para las curvas de 30 a 50 HP se ve bastante limitado para caudales mayores. No se extienden hasta agotar los caudales como deberían. Este es un caso de datos faltantes y también puede generar confusión, como ocurre con las curvas de eficiencia mal representadas.

Las imprecisiones de estas curvas pueden plantear dos problemas. El primero se refiere a los errores de la eficiencia de la bomba. Por ejemplo, supongamos que esta bomba funcionara con un impulsor de 11 pulgadas a su caudal de máximo rendimiento de 1800 galones por minuto durante un año, y supongamos que los costos de suministro son de \$0,15 por kWh. Si se sobrevalora el rendimiento en sólo dos puntos porcentuales, a lo largo de un año los costes de funcionamiento de esta bomba pudieran aumentar en casi 1500 dólares.

El segundo inconveniente se refiere a las curvas de potencia. Las curvas de potencia truncadas que se muestran en la gráfica de la derecha de la imagen, no se extienden a los caudales máximos. Esto es importante porque los motores de las bombas suelen dimensionarse para la potencia sin sobrecarga de la curva de diseño, que suele corresponder a los caudales de parada. Si los clientes no pueden descifrar cuál es la potencia en los caudales máximos, no podrán dimensionar y seleccionar correctamente un motor.

En el caso de las curvas de la figura 6, el software de selección de bombas digitalizó correctamente las curvas de carga-capacidad del fabricante utilizando un análisis de regresión de splines cúbicos. Las curvas isométricas de eficiencia-capacidad son muy precisas en todos los puntos del gráfico, y el rendimiento nunca es sobrevaluado. Por su parte, las curvas de isopotencia versus capacidad también coinciden muy bien con las del fabricante, dado que son curvas de potencia calculadas y, lo que es más importante, los puntos correspondientes a los caudales máximos son más precisos.

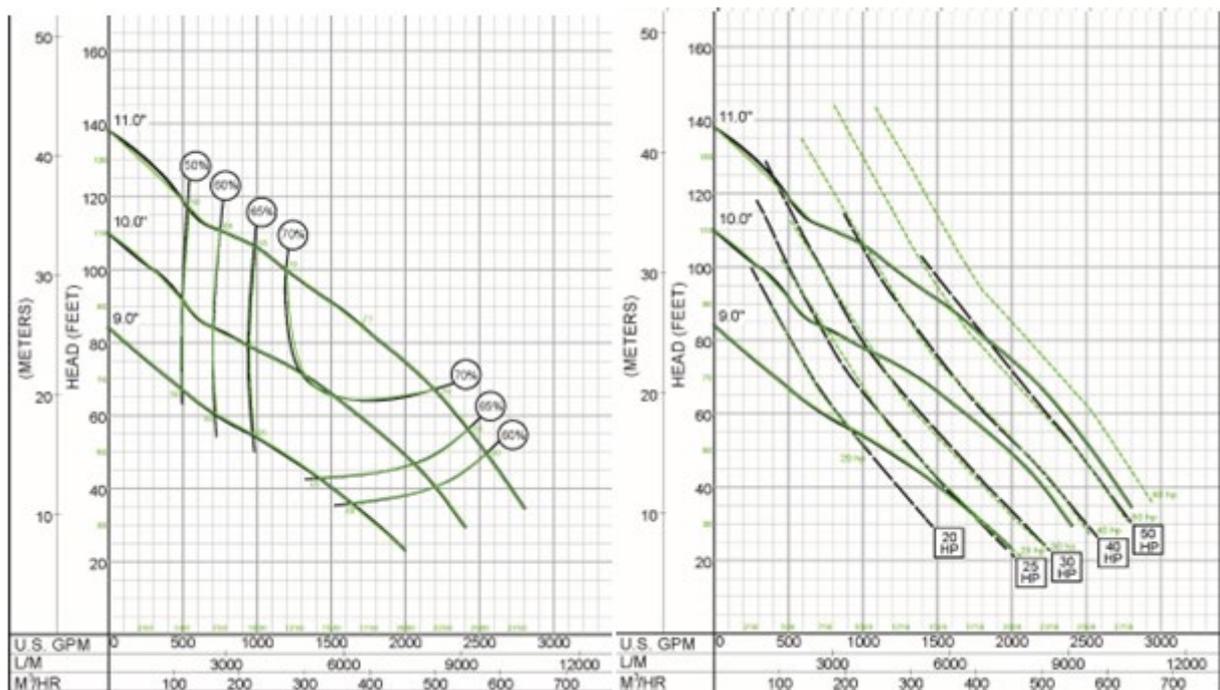


Figura 6. Curvas características de carga-capacidad, isopotencia-capacidad e isoeficiencia-capacidad de una bomba rotodinámica (originales brindadas por el fabricante y las calculadas modelizadas por una regresión spline cúbica).

Los splines de regresión, en específico, los cúbicos, suelen dar mejores resultados que la regresión polinómica por sufrir menos varianza. Esto es así, porque a diferencia de los polinomios que deben usar un grado alto para aumentar la flexibilidad, los splines introducen un mejor ajuste al modelo controlando el número de nudos, su localización y distribución, manteniendo fijos a la vez los grados de libertad, produciendo estimaciones más estables con este enfoque numérico. Como otra ventaja añadida, a diferencia de los polinomios, los splines también nos permiten aumentar la flexibilidad solo en aquellas regiones donde la función parezca cambiar rápidamente.

03 CONCLUSIONES

Cuando se trabaja con un programa de selección de bombas rotodinámicas, se debe esperar que este represente con la mayor precisión posible las curvas características de las bombas. Para que un programa de software comprenda y utilice los datos característicos de una bomba rotodinámica, se deben primero convertir estos a un formato que el programa pueda leer. Este proceso de digitalización debe reflejar con precisión la curva de la bomba publicada por el fabricante para ayudar al cliente a evaluar la bomba para una aplicación.

Las imprecisiones en la digitalización y representación de curvas pueden provocar selecciones inadecuadas de bombas y motores (que han quedado fuera de este estudio), para evitar luego cálculos incorrectos de los costos operativos de los equipos y por ende de los sistemas de bombeo. Sería ideal que los usuarios conocieran las técnicas de digitalización empleadas por cada software de selección de bombas, con el fin de poder entender cada procedimiento de trabajo en cada caso. Con el fin de ayudar a tomar una decisión informada y consciente al elegir una bomba dentro de un paquete de software determinado, es que se ha elaborado este artículo.

Se mostraron las ventajas y desventajas de cada método para digitalizar y obtener las curvas características de las bombas rotodinámicas. Se demuestran en el ejemplo ilustrativo las deficiencias

de utilizar un análisis de regresión polinómica simple para almacenar y mostrar ciertas curvas características de un fabricante. Como se puede apreciar, se encuentran zonas en las que la curva digitalizada se desvió significativamente de la curva del fabricante del caso de estudio. También se demostró que un análisis de regresión spline cúbica generaba una curva mucho más precisa, por lo que se plantea usar este método cada vez que sea posible. Esto es de especial interés para las bombas rotodinámicas de diseño vertical con valores medios y altos de la velocidad específica, cuyas curvas características presentan este tipo de anomalías.

04 REFERENCIAS

- American National Standards Institute/Hydraulic Institute (ANSI/ HI)** (2022). "ANSI/HI 14.6-2022: Rotodynamic Pumps For Hydraulic Performance Acceptance Tests", 84 pp., ISBN 978-1-935762-46-1, Washington D. C., United States.
- Cabrera E.** (2009). "Ingeniería hidráulica aplicada a los sistemas de distribución de agua", Editorial Unidad Docente Mecánica de Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia, t. 1 y 2, 3ra edición, ISBN 8-461339-49-5, Valencia, España.
- De Eça Guimaraes J. M., Espert V., García-Serra Jorge, Sanz F. y Cabrera Enrique** (2012). "Transitorios hidráulicos del régimen estacionario al golpe de ariete", Editorial Monografías Instituto Tecnológico del Agua, Universidad Politécnica de Valencia (UPV), 1ra edición, ISBN 978-84-8363-780-7, Valencia, España.
- Gotay J.** (2004). "Matemática Aplicada", Editorial ENPSES, ISBN 03887-3887, La Habana, Cuba.
- International Organization for Standardization (ISO) (2012). "ISO 9906:2012-Rotodynamic pumps- Hydraulic performance acceptance tests-Grades 1, 2 and 3", 52 pp., 2nd edition, Ginebra, Suiza.
- Martínez Y.** (2011). "Metodología para el diseño hidráulico de las estaciones de bombeo para acueducto", Tesis de doctorado, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" (Cujae), La Habana, Cuba.
- Paluszny M., Prautzsch H. y Boehm, W.** (2005). "Métodos de Bézier y B-splines", Editorial Universitätsverlag Karlsruhe, ISBN 3-937300-47-3, Baden-Wurtemberg, Alemania.
- Pérez D. (2012). "Estaciones de Bombeo", Editorial Félix Varela, ISBN 978-959-07-1379-8, La Habana, Cuba.
- Riaño F. y Lorence M.** (1986). "Algunas consideraciones sobre el punto de operación de una bomba y su determinación matemática", Ingeniería Hidráulica, 7 (1): 86-92, ISSN 0253-5696, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae), La Habana, Cuba.
- Stephens G.** (2011). "Pump Curve Accuracy", Pumps&Systems Magazine, ISSN 1065-108X, Cahaba Media Group, Birmingham, Alabama, United States. Extraído de: <https://www.pumpsandsystems.com/pump-curve-accuracy> en diciembre de 2023.
- Sterling SIHI** (2003). "Principios básicos para el diseño de instalaciones de bombas centrífugas" (monografía), Sterling Fluid Systems Group, 7ma edición, Madrid, España. Extraído de: <https://www.sterlingsihi.com/cms/es/Spain/home/navegacion-rapida/descargas/libros.html> en julio de 2018.

Turiño I. M. (1996). "Procedimientos metodológicos para el diagnóstico operacional en sistemas de bombeo mediante modelos matemáticos", Tesis de doctorado, Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Central de las Villas "Marta Abreu", Santa Clara, Cuba.

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses

CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

Yaset Martínez Valdés

<https://orcid.org/0000-0001-9770-022X>

Participó en la elaboración del marco metodológico para la obtención de los distintos procedimientos para la predicción analítica de las curvas características de las bombas rotodinámicas, para su posterior proceso de digitalización.

Félix Riaño Valle

<https://orcid.org/0000-0002-9342-6064>

Realizó contribuciones en el diseño de la investigación, análisis de los resultados y en la revisión y redacción del trabajo en su versión final.

Yilian Álvarez Gil

<https://orcid.org/0009-0003-7644-0694>

Trabajó en el procesamiento de los datos del caso de estudio, haciendo contribuciones en su análisis e interpretación. Participó en la búsqueda de información y en la redacción final del trabajo.