

Flujo no lineal permanente en acuíferos confinados y libres en presencia de desarrollo

Juan David Rincón Vanegas

E-MAIL: juan.rinconva@campusucc.edu.co

Facultad de Ingeniería Civil. Universidad Cooperativa de Colombia.

RESUMEN

Las actividades de desarrollo son un conjunto de operaciones que se realizan a las estructuras de captación (pozos), las cuales interceptan acuíferos detríticos, con el fin de extraer los granos más finos de la formación acuífera, mejorando considerablemente la permeabilidad en la zona que alcanza el desarrollo. Por lo general, la consideración sobre la zona desarenada en las ecuaciones de flujo ha sido totalmente excluida hasta hace algún tiempo, en el cual, por primera vez, se introdujo en dichas ecuaciones los efectos que tenía desarrollar un pozo en régimen lineal. Ahora bien, como se sabe que el flujo no lineal está presente, comúnmente, en la zona más próxima al pozo, resulta necesario describir con más precisión la componente turbulenta en la zona desarenada, producida por las actividades de desarrollo.

PALABRAS CLAVES: desarrollo de pozos, estructuras de captación, flujo darciano, flujo no lineal, hidráulica de pozos.

Nonlinear permanent flow in confined and free aquifers in the presence of development

ABSTRACT

Development activities are a set of operations that are performed on the intake structures (wells), which intercept detrital aquifers, in order to extract the finer grains of the aquifer formation, considerably improving the permeability in the zone reached by the development. In general, the consideration of the desanded zone in the flow equations has been totally excluded until some time ago, when, for the first time, the effects of developing a well in a linear regime were introduced in these equations. However, since it is known that nonlinear flow is commonly present in the zone closest to the wellbore, it is necessary to describe more precisely the turbulent component in the sandless zone produced by development activities.

KEYWORDS: well development, catchment structures, darcian flow, nonlinear flow, well hydraulics.

01 INTRODUCCIÓN

Por lo general, las actividades de desarrollo en las estructuras de captación siempre han tenido orientación informativa, tanto técnica como experimental, en relación con los procesos comúnmente utilizados (mecánicos y químicos) en dichas actividades que, en la realidad, resultan bastante abstractos dentro de ese punto de vista (Johnson 1966). No obstante, aunque no se realizó una investigación teórica exhaustiva a los efectos producidos por las actividades de desarrollo, si se contempló que dicha actividad generaba diversos tipos de beneficios para obtener un rendimiento hidráulico eficiente del pozo (Vélez 2004).

Por lo tanto, en el congreso de Cambridge de 1985 (Iglesias 1989), la comunidad científica reveló su preocupación e interés por el estudio sobre las pérdidas de carga que están presentes en los pozos, ya que los estudios teóricos se estaban completando a través del tiempo.

Por lo anterior, uno de los avances relevantes en relación con la cuantificación teórica de las actividades de desarrollo en los pozos, surgió con los trabajos de Iglesias (1989), en los cuales, se dedujeron una serie de expresiones que describen el abatimiento, teniendo en cuenta que; una vez el pozo sea desarrollado, se formará una zona de desarenado más permeable que alcanzará una distancia con respecto al radio del pozo r_p , n veces mayor.

Dentro de ese orden de ideas, Pérez Franco (1995) describe la imagen general de un pozo para un acuífero confinado de la siguiente manera:

Zona del empaque de gravas (entre r_w y r_p).

Zona de desarenado (entre r_p y r_{da}).

Zona del acuífero sin alteraciones (entre r_{da} y r_o).

donde: r_w , distancia desde el eje del pozo a la tubería de revestimiento o rejilla.

r_p , distancia desde el eje del pozo hasta el límite exterior del empaque de grava.

r_{da} , distancia desde el eje del pozo hasta el comienzo de la formación acuífera no alterada.

r_o , radio de influencia.

Ahora bien, considerando que el flujo es no lineal, sin llegar a ser cuadrático o totalmente desarrollado, se presenta entre el radio turbulento r_T y el radio de Darcy r_D , donde r_D indica el comienzo de la zona donde el régimen es lineal (Pérez Franco 1995) y resultaría probable que la zona de desarenado se encuentre entre el radio turbulento r_T y el radio de Darcy r_D .

No obstante, de la misma manera, es probable también que dicha zona se encuentre entre el radio del pozo r_p y el radio turbulento r_T , es decir, donde el flujo se encuentra totalmente desarrollado (turbulento puro). Por otra parte, lógicamente no es posible que dicha zona se desarrolle donde el flujo se puede considerar lineal, o sea, más allá de r_D , cuando existe la componente no lineal en el abatimiento, a menos que el radio de Darcy sea menor que el radio del pozo ($r_D < r_p$) (Pérez Franco 1995).

02 CONSIDERACIONES GENERALES AL ANALIZAR EL FLUJO HACIA EL POZO

Para lograr un modelo simple que permita analizar las situaciones más frecuentes que se presentan en la realidad, se han supuesto a través del tiempo una serie de condiciones ideales que son las siguientes:

- a) El acuífero tiene un espesor constante.
- b) El pozo atraviesa todo el espesor del acuífero.
- c) El acuífero es homogéneo, isotrópico y de extensión infinita.
- d) El pozo solo recibe agua de todo el espesor del acuífero.
- e) El pozo de extracción no tiene ningún tipo de estructura de revestimiento (filtros, rejillas o camisas), en la zona comprendida del espesor saturado del acuífero.
- f) La superficie piezométrica del acuífero es horizontal, lo que quiere decir que no se tiene en cuenta el gradiente natural del flujo, o sea, las componentes verticales de la velocidad que, en los acuíferos freáticos, en ocasiones pueden ser considerables.
- g) Las líneas de corriente son radiales y están sobre un plano unidireccional horizontal.

Por otra parte, para efectos prácticos se puede eliminar de la imagen general del pozo el empaque de gravas, ahora bien, dicha simplificación de la misma manera es asumida por diversos investigadores e, incluso, en el aporte realizado por Iglesias (1989), en relación con la cuantificación de las actividades de desarrollo en un pozo y su influencia sobre el flujo radial hacia este.

03 FUNCIÓN DE DESARENADO Y PERMEABILIDAD

El concepto de factor de mejora de la permeabilidad $M_{K(r)}$ y, por consiguiente, de la función de permeabilidad $K_{(r)}$, fue adoptado y desarrollado por Iglesias (1989), teniendo en cuenta el intervalo $r_p - nr_p$. Dichos desarrollos se pueden expresar en la notación del autor y añadiendo las equivalencias de la componente no lineal (Pérez Franco 1995), de la siguiente manera:

$$M_{K(r)} = \frac{9}{5} \left(\frac{\mu - 1}{n - 1} \right) \frac{F \cdot nr_p}{r} + 1 - \frac{9}{5} \left(\frac{\mu - 1}{n - 1} \right) F ; \quad M_{K(r)} = \left(\frac{A}{r} + B \right)^2 \quad (1)$$

$$K_{D_a} = K_D \cdot M_{K(r)} ; \quad T_{D_a} = T_D \cdot M_{K(r)} ; \quad K_{T_a}^2 = \left(K_T \cdot M_{K(r)} \right)^2 ; \quad T_{T_a}^2 = \left(T_T \cdot M_{K(r)} \right)^2 \quad (2)$$

donde: μ , coeficiente de uniformidad.

F , fracción desarenada en el borde de la rejilla.

n , nro. de veces donde se prolonga la zona de desarenado partiendo desde el radio del pozo.

r_p , radio del pozo.

K_D, K_{D_a} , conductividad hidráulica lineal y mejorada respectivamente.

K_T, K_{T_a} , conductividad hidráulica turbulenta y mejorada respectivamente.

T_D, T_{D_a} , transmisibilidad hidráulica lineal y mejorada respectivamente.

T_T, T_{T_a} , transmisibilidad hidráulica turbulenta y mejorada respectivamente.

04 FLUJO NO LINEAL PERMANENTE EN UN ACUÍFERO CONFINADO Y DESARROLLADO

Antes que nada, considerando la generalización anterior sobre la imagen general de un pozo (figura 1) y denominando las variables asociadas a la zona desarenada como lo realizó Pérez Franco (1995), se tiene que:

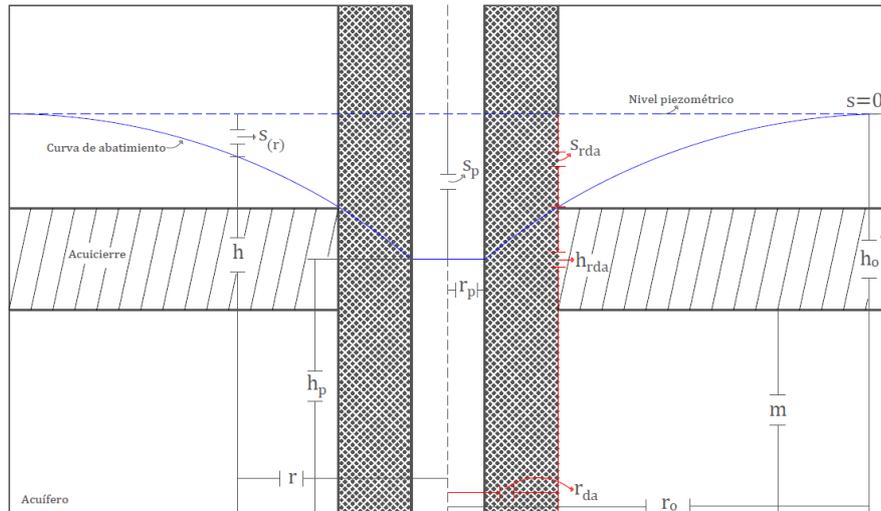


Figura 1. Imagen general de un pozo sin camisa y filtro artificial de grava en un acuífero confinado, considerando las actividades de desarrollo.

El abatimiento en cualquier punto del radio de influencia, utilizando la ley binómica de flujo, vendrá dado por una componente lineal y cuadrática (Pérez Franco 1995), por lo cual:

$$\frac{ds}{dr} = \frac{Q}{2\pi r T_D} + \frac{Q^2}{4\pi^2 r^2 T_T^2} \tag{3}$$

Ahora bien, como se sabe que el desarrollo en el pozo alcanza una distancia $nr_p = r_{da}$, si se integra a ambos lados entre los límites ($S_p - S_{r_{da}}$ y $r_{da} - r_p$) y se introduce el nuevo valor de la transmisibilidad mejorada T_{Da} y T_{Ta} , resulta que:

$$\int_{S_{r_{da}}}^{S_p} ds = \int_{r_p}^{r_{da}} \frac{Q}{2\pi r T_{Da}} \cdot dr + \int_{r_p}^{r_{da}} \frac{Q^2}{4\pi^2 r^2 T_{Ta}^2} \cdot dr$$

De hecho, si se introduce la expresión de la función de transmisibilidad T_{Da} y T_{Ta} (2), se tiene que:

$$S_p - S_{r_{da}} = \int_{r_p}^{r_{da}} \frac{Q}{2\pi T_D M_K(r)} \cdot \frac{dr}{r} + \int_{r_p}^{r_{da}} \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2 M_K(r)^2} \cdot \frac{dr}{r^2}$$

Es importante mencionar que Iglesias (1989), resolvió la expresión de la componente lineal en presencia de la mejora de la permeabilidad. Dicha expresión en la notación del autor vendrá de la siguiente manera:

$$S_p - S_{r_{da}} = \frac{Q}{2\pi T_D} \phi_D$$

donde, la función lineal del pozo desarrollado es:

$$\phi_D = \frac{1}{B^2} \cdot \text{Ln} \left(\frac{A + Br_{da}}{A + Br_p} \right) + \frac{A}{B^2} \left(\frac{1}{A + Br_{da}} - \frac{1}{A + Br_p} \right) \tag{4}$$

Por otro lado, si se integra la componente cuadrática faltante, se obtiene lo siguiente:

$$\int_{r_p}^{r_{da}} \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2 M_K(r)^2} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2} \left\{ \frac{1}{3A} \left[\left(\frac{r_{da}}{A + Br_{da}} \right)^3 - \left(\frac{r_p}{A + Br_p} \right)^3 \right] \right\}$$

donde, la función no lineal del pozo desarrollado es:

$$\Phi_T = \frac{1}{3A} \left[\left(\frac{r_{da}}{A + Br_{da}} \right)^3 - \left(\frac{r_p}{A + Br_p} \right)^3 \right] \tag{5}$$

Por consiguiente, el abatimiento dentro del intervalo $r_p - r_{da}$, vendrá dado por:

$$S_p - S_{r_{da}} = \frac{Q}{2\pi T_D} \cdot \Phi_D + \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2} \cdot \Phi_T \tag{6}$$

Por otra parte, el abatimiento entre r_{da} y r_o , según Pérez Franco (1995), viene dado por:

$$S_{r_{da}} = \frac{Q}{2\pi T_D} \cdot \ln \left(\frac{r_o}{r_{da}} \right) + \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2} \cdot \frac{r_o - r_{da}}{r_o \cdot r_{da}} \tag{7}$$

Ahora, si se suman las ecuaciones (6) y (7), correspondientes al abatimiento producido en la zona desarenada y en la zona no alterada, se tiene que:

$$S_p = \frac{Q}{2\pi T_D} \cdot \ln \left(E \cdot \frac{r_o}{r_p} \right) + \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2} \left(\Phi_T + \frac{r_o - r_{da}}{r_o \cdot r_{da}} \right) \tag{8}$$

donde, según Iglesias (1989), la función de entorno E, será: $E = \frac{e^{\Phi_D}}{n}$

05 FLUJO NO LINEAL PERMANENTE EN UN ACUÍFERO LIBRE Y DESARROLLADO

Considerando de la misma manera la imagen general de un pozo adoptada anteriormente y las condiciones adoptadas por Dupuit (1863), resulta que:

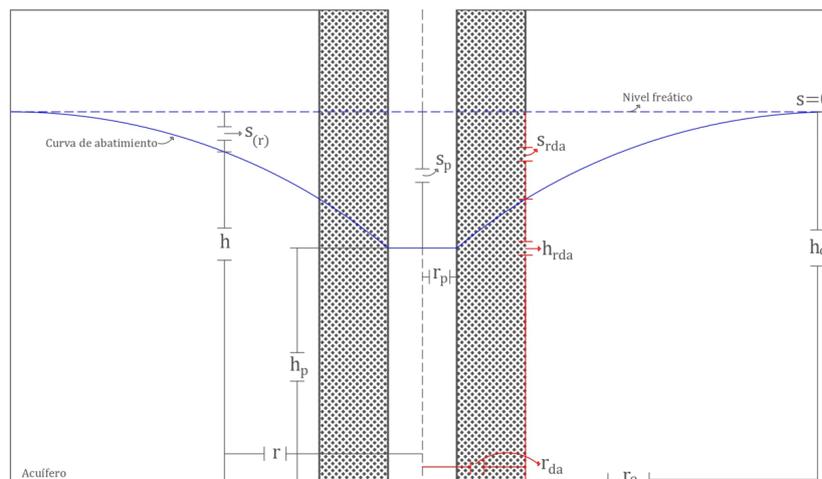


Figura 2. Imagen general de un pozo sin camisa y filtro artificial de grava en un acuífero libre, considerando las actividades de desarrollo.

Según los trabajos de Huyakorn y Dudgeon (1976), el abatimiento S_r , para diferentes condiciones de confinamiento, se compone de dos partes: una, denominada S_D , equivalente a la expresión lineal del abatimiento y, la otra, denominada S_{ND} , equivalente a la expresión no lineal del abatimiento. Expresando lo anterior en la notación deducida por Pérez Franco (1995), se tiene que:

$$S_p = S_{Dp} + S_{Tp} \tag{9}$$

Ahora bien, Iglesias (1989), encontró una expresión equivalente en régimen lineal en presencia de desarrollo, por lo que:

$$h_o^2 - h_p^2 = \frac{Q}{\pi K_D} \cdot \ln\left(E \cdot \frac{r_o}{r_p}\right) \tag{10}$$

No obstante, según Pérez Franco(1995), para formular la ecuación (10) en función del abatimiento y el espesor saturado, se puede deducir con facilidad que:

$$h_o + h_p = 2h_o - S_{Dp} \quad y \quad h_o - h_p = S_{Dp} \tag{11}$$

Por lo tanto, si se introduce las relaciones anteriores (11) en el primer miembro de la ecuación (10) y, si se despeja S_{Dp} , se tiene que:

$$S_{Dp} = \frac{Q}{2\pi K_D \left(h_o - \frac{S_{Dp}}{2}\right)} \cdot \ln\left(E \cdot \frac{r_o}{r_p}\right) \tag{12}$$

donde, Pérez Franco (1995), corroboró que la relación $(h_o - S_{Dp}/2)$, no era más que el espesor promedio del acuífero saturado, $(h_o + h_p)/2$. Ecuación que tiene similitud con la componente lineal de la ecuación (8) para acuíferos confinados.

Por otro lado, si se generaliza el segundo miembro de la segunda adición de la ecuación (9), en relación con los abatimientos producidos en la zona de desarenado y en la zona no alterada dentro del radio de influencia en régimen turbulento puro, se tiene que:

$$S_{Tp} = S_{T_{Ta}} + S_T$$

O sea que, para el segundo miembro del primer sumando $S_{T_{Ta}}$, si se introduce la expresión de la función de permeabilidad $K_{T_a}^2$ (2), en régimen turbulento puro (Pérez Franco 1995), resulta que:

$$h^2 dh = \frac{Q^2}{4\pi^2 K_T^2 \left(\frac{A}{r} + B\right)^4} \cdot \frac{dr}{r^2}$$

Si se integra la ecuación anterior entre los límites $(h_{rda} - h_p \text{ y } r_{da} - r_p)$, se tiene que:

$$h_{rda}^3 - h_p^3 = \frac{3Q^2}{4\pi^2 K_T^2} \cdot \Phi_T \tag{13}$$

Ahora bien, para el segundo miembro del segundo sumando S_T , Pérez Franco (1995) obtuvo la siguiente expresión, ajustada por el autor para la zona comprendida entre r_{da} y r_o .

$$h_o^3 - h_{rda}^3 = \frac{3Q^2}{4\pi^2 K_T^2} \cdot \frac{r_o - r_{da}}{r_o \cdot r_{da}} \quad (14)$$

En este orden de ideas, si se suman las ecuaciones (13) y (14), resulta que:

$$h_o^3 - h_p^3 = \frac{3Q^2}{4\pi^2 K_T^2} \left(\phi_T + \frac{r_o - r_{da}}{r_o \cdot r_{da}} \right) \quad (15)$$

Pero, si se ajusta la ecuación (11) en relación con el abatimiento S_{Tp} , se obtiene lo siguiente:

$$h_o + h_p = 2h_o - S_{Tp} \quad y \quad h_o - h_p = S_{Tp} \quad (16)$$

Por lo tanto, si se introduce de nuevo las relaciones anteriores en el primer miembro de la ecuación (15) y, si se despeja S_{Tp} , se tiene que:

$$S_{Tp} = \frac{3Q^2}{4\pi^2 K_T^2 [(h_o + h_p)^2 - h_o \cdot h_p]} \left(\phi_T + \frac{r_o - r_{da}}{r_o \cdot r_{da}} \right) \quad (17)$$

Ahora, si se examina la ecuación (9) y se introducen los valores de S_{Dp} (12) y S_{Tp} (17), se puede concluir lo siguiente:

$$S_p = \frac{Q}{2\pi K_D \left(h_o - \frac{S_{Dp}}{2} \right)} \cdot \ln \left(E \cdot \frac{r_o}{r_p} \right) + \frac{3Q^2}{4\pi^2 K_T^2 [(h_o + h_p)^2 - h_o \cdot h_p]} \left(\phi_T + \frac{r_o - r_{da}}{r_o \cdot r_{da}} \right) \quad (18)$$

La ecuación anterior no es producto de aproximaciones como se acostumbra a realizar ($h_o + h \approx 2h_o$), cuando se considera que el espesor saturado del acuífero libre es lo suficientemente grande en relación con los abatimientos observados.

06 ANÁLISIS DE LAS EXPRESIONES EQUIVALENTES PARA LOS ACUÍFEROS CONFINADOS Y LIBRES

Como se sabe, las expresiones del abatimiento registrado en la cara del pozo, utilizando la ley binómica de flujo para acuíferos confinados y libres respectivamente, son:

$$S_p = \frac{Q}{2\pi T_D} \cdot \ln \left(E \cdot \frac{r_o}{r_p} \right) + \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2} \left(\phi_T + \frac{r_o - r_{da}}{r_o \cdot r_{da}} \right) \quad (8)$$

$$S_p = \frac{Q}{2\pi K_D \left(h_o - \frac{S_{Dp}}{2} \right)} \cdot \ln \left(E \cdot \frac{r_o}{r_p} \right) + \frac{3Q^2}{4\pi^2 K_T^2 [(h_o + h_p)^2 - h_o \cdot h_p]} \left(\phi_T + \frac{r_o - r_{da}}{r_o \cdot r_{da}} \right) \quad (18)$$

Si se realiza un análisis somero a la ecuación (18), en relación con la componente lineal del acuífero libre, se puede observar, tal y como lo corroboró Pérez Franco (1995), que el término $(h_o - S_{Dp}/2)$ resulta ser el espesor promedio del acuífero saturado $h_{prD} = (h_o + h_p)/2$. En este orden de ideas, se puede corroborar lógicamente que el espesor promedio del acuífero saturado h_{prD} para la componente lineal, difiere con el denominador como espesor aparente h_{prT} , para la componente turbulenta, sin embargo, las expresiones obtenidas para los acuíferos confinados y libres resultan bastante similares.

Por lo anterior, se puede expresar ambas componentes de la siguiente manera:

$$h_{prD} = \frac{h_o + h_p}{2}$$

$$h_{prT} = (h_o + h_p)^2 - h_o \cdot h_p$$

Ahora, si se establece una relación entre las ecuaciones anteriores, resulta que:

$$h_{prT} = \frac{2h_{prD}[(h_o + h_p)^2 - h_o \cdot h_p]}{h_o + h_p} \quad (19)$$

07 CONCLUSIONES

Antes que todo, es importante mencionar que las expresiones obtenidas en régimen permanente, utilizando la ley binómica de flujo para acuíferos confinados y libres, resultan bastante similares; tanto para la componente lineal como para la turbulenta. No obstante, cabe resaltar la mayor similitud en relación con la componente lineal para ambos casos, por lo tanto, es posible utilizar la expresión lineal de un acuífero confinado para un acuífero libre, sustituyendo el valor de m por h_{prD} , tal y como lo sugirió Pérez Franco (1995) en su momento.

Por el contrario, para la componente cuadrática se observa una diferencia particular con respecto a la formulación obtenida para los acuíferos confinados, debido a la variación del espesor saturado del acuífero libre en relación con la distancia, teniendo en cuenta las suposiciones de Dupuit (1863).

Aunado a ello se puede enfatizar que las expresiones obtenidas para un acuífero libre no son producto de aproximaciones, como cuando se considera que el espesor promedio del acuífero saturado es lo suficientemente grande en relación con los abatimientos. Por lo anterior, se puede concluir que el espesor promedio del acuífero saturado h_{prD} , cuando el régimen es lineal, difiere del denominado como espesor aparente h_{prT} , cuando el régimen es turbulento puro en un acuífero libre.

Para finalizar, se puede mencionar que, con suma importancia, la función del pozo desarrollado Φ_D y Φ_T (lineal y no lineal) resulta ser diferente para ambos regímenes, además que, dicha función aparece de la misma manera para las formulaciones propuestas en los acuíferos confinados y libres.

08 REFERENCIAS

- Dupuit J.** (1863). "Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux", Deuxieme edition, ISBN 9783642253874, Paris.
- Huyakorn P. and Dudgeon C. R.** (1976). "Investigation of two-regime well flow", Journal of Hydraulic Engineering, vol. 102, no. 9, pp. 1149–1165, ISSN (online): 2690-2524.
- Iglesias A.** (1989). "Métodos numéricos aplicados al diseño, equipado y desarrollo de pozos", Tesis de doctorado, Universidad Politécnica de Madrid. España
- Johnson E.** (1966). "Ground water and well", Johnson Division UOP Inc, Saint Paul, Minnesota. ISBN: 09780978779306

Pérez Franco D. (1995). "La explotación del agua subterránea. Un nuevo enfoque". Editorial Científico Técnica, ISBN 9589569749, Ciudad de la Habana.

Vélez M. (2004). "Hidráulica de aguas subterráneas", Universidad Nacional de Colombia, ISBN 9589352154, Colombia.

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses

CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

Juan David Rincón Vanegas <https://orcid.org/0000-0001-9932-3253>

Es el único autor, por lo tanto, realizó el artículo en su totalidad.