

Los aportes de Leonhard Euler al desarrollo de la Hidráulica

Félix Riaño Valle email: riano@tesla.cujae.edu.cu

Profesor Titular, Dirección de Formación del Profesional, Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría, (Cujae), La Habana.

RESUMEN

Leonhard Euler, matemático sobresaliente, hizo importantes contribuciones al desarrollo de la Hidráulica, en ocasiones poco reconocidas. En el artículo se relacionan algunos de sus principales aportes a la Hidrodinámica Teórica. Se presenta, de manera general la deducción analítica de las Ecuaciones de Continuidad y del Movimiento de los Fluidos Ideales. También se analiza el “concepto moderno de presión” así como la noción de “partícula” y “línea de corriente”. Se da a conocer la versión “euleriana” de la Segunda Ley de Newton y se muestra la ecuación fundamental de las máquinas hidráulica a reacción descubierta por él. El escrito divulga aspectos interesantes de la vida de este célebre científico.

Palabras clave: aportes, Hidráulica, Leonhard Euler, Newton, Segunda Ley

Leonhard Euler's contributions to the development of Hydraulics

ABSTRACT

Leonhard Euler, an outstanding mathematician, made important contributions to the development of Hydraulics, sometimes little recognized. Some of his main contributions to Theoretical Hydrodynamics are listed in the article. In general, the analytical deduction of the Continuity Equations and the Movement of Ideal Fluids is presented. The “modern concept of pressure” as well as the notion of “particle” and “current line” are also analyzed. The "Eulerian" version of Newton's Second Law is disclosed and the fundamental equation of hydraulic reaction machines discovered by him is shown. The writing discloses interesting aspects of the life of this famous scientist.

Keywords: contributions, Hydraulics, Leonhard Euler, Newton, Second Law.

INTRODUCCIÓN

En el breve período histórico transcurrido entre el nacimiento de Leonardo y la muerte de Newton se establecieron las bases conceptuales de la Ciencia Moderna. La superstición y la religión comienzan a ser remplazadas por la ciencia, la razón y el conocimiento. Nace el método científico para analizar los problemas de la naturaleza. Galileo formula por primera vez la ley de caída libre de los cuerpos y logra expresarla matemáticamente. Copérnico plantea su teoría heliocéntrica. Kepler logra avances notables en el análisis del movimiento de los planetas. Huygens esboza su idea sobre la conservación de las fuerzas vivas. Newton a la vez que Leibniz, descubre el cálculo diferencial y establece las tres leyes de la Mecánica que explican la realidad modificando la comprensión de las matemáticas y la física hasta ese momento.

De este modo, el siglo XVIII europeo se inicia con un cambio de paradigma que rompe con el pensamiento científico heredado de la Edad Media. El conocimiento debe imponerse a la ignorancia y ha de difundirse. Se inicia el llamado Siglo de las Luces. (Riaño 2020) No obstante lo anterior, la obra de Newton era de difícil comprensión. Enunciada en el lenguaje de la geometría pura, donde las propiedades mecánicas se demuestran por medio de teoremas muy generales, necesita ser cuidadosamente estudiada y mejor explicada. El Cálculo Diferencial se encontraba aún en un estado de desarrollo incipiente.

En este contexto, la Hidráulica, rama de la Física, tiene a mano las herramientas necesarias que, aunque primarias, constituyen la base que le permite dejar de ser una actividad artesanal para convertirse en una Ciencia. Así, en este siglo, la misma se desarrolla según dos vías: La Hidrodinámica Teórica y la Hidráulica Experimental.

En el artículo se relacionan algunos de los principales aportes de Leonhard Euler a la Hidrodinámica Teórica tratándolos como parte de un sistema de conocimientos dirigido a establecer principios básicos de esta ciencia, tales como, las “Ecuaciones de Continuidad y del Movimiento de los Fluidos Ideales”. Se destacan aspectos poco divulgados de su reinterpretación de la obra de Newton, en particular lo referido a la formulación de la Segunda Ley. Sus trabajos permitieron mostrarla en una forma más clara apartándose del enfoque axiomático geométrico, de difícil entendimiento. De este modo, Euler lleva a cabo el proceso de matematización de las leyes de la Mecánica Clásica empleando el lenguaje del Cálculo Infinitesimal que usaba ecuaciones diferenciales. La Segunda Ley de Newton, deja de ser un postulado en términos de proporcionalidad entre magnitudes, para convertirse en una herramienta imprescindible para el estudio del movimiento tanto de los fluidos como de los sólidos.

De igual forma, se brindan aspectos interesantes de la biografía de este hombre, capaz de combinar su intenso trabajo científico, con una vida familiar y social plena, poco frecuente entre los científicos de su época.

Si Galileo nos enseñó que para entender la Naturaleza era necesario conocer el lenguaje de las matemáticas y Newton descubrió las leyes de la mecánica clásica, fue Euler quién nos mostró cómo utilizar la Segunda Ley (originalmente aplicable solo a masas puntuales) para determinar las ecuaciones que permiten estudiar el movimiento de los fluidos y de los cuerpos sólidos (Liñan 2009)

El autor, reconoce los aportes del libro de Enzo Levi, “*El agua según la Ciencia,*” (Levi 2001) siendo de particular interés el apartado “*La obra de un genio*”. También ha resultado importante el interesante artículo de J, E Marquina “*Euler y la Mecánica*” (Marquina 2019) sobre todo, sus citas de obras originales. Igualmente fue valioso contar con el texto “*Eulogy to Mr. Euler*” (Condorcet 1783) que pronunciara el Marqués de Condorcet, testimonio excepcional que nos acerca a la vida de este hombre.

ALGUNOS CONCEPTOS FUNDAMENTALES.

Aunque el progreso alcanzado por la Hidráulica en el Siglo XVIII, se debe al talento de muchos científicos (curiosamente, la mayoría matemáticos), nadie duda que el papel de Euler, en este resultado, fue trascendental. Interesado desde su juventud en el estudio de los fluidos, dedica una parte importante de su extraordinaria actividad científica a crear un sistema de conocimientos cuidadosamente estructurado, que le permite establecer las leyes generales del comportamiento de los fluidos ideales expresadas en las “Ecuaciones de Continuidad y del Movimiento”, las cuales tienen total vigencia y constituyen el fundamento de la Hidrodinámica.

Entre los presupuestos de su concepción teórica está la idea de considerar los fluidos como medios continuos. Esta hipótesis, fundamental para el estudio de la Mecánica de los Fluidos considera que estos son continuos a lo largo de todo el espacio que ocupan ignorando su estructura molecular y las discontinuidades asociadas a ésta. De igual forma, usa una descripción del movimiento que posibilita cuantificar sus propiedades y comportamientos macroscópicos. Así, la parte presenta las mismas características del todo; y propiedades tales como la densidad, temperatura, velocidad o la presión pueden ser consideradas como funciones continuas. (Velasco y Uribe 2008)

Asociado a lo anterior, hay que destacar que Euler asume rápidamente el uso de coordenadas cartesianas, presumiblemente sugeridas por primera vez por McLaurin en su “*Tratado de fluxiones*” de 1742. Descartes, de quien luego toman su nombre, nunca las planteó. El empleo de este sistema de referencia, resulta decisivo para el desarrollo de la Mecánica de los Fluidos. Así, se pasa de la hidráulica, que estudia el movimiento desde un punto de vista unidimensional, es decir considerando la corriente en un tubo, a la hidrodinámica donde, el movimiento puede ser analizado en el espacio, con paredes que lo limiten o no. (Levi 2001)

A continuación, se exponen algunos de los conceptos establecidos por Euler, imprescindibles para la deducción de las “Ecuaciones de Continuidad y del Movimiento”, que hoy llevan su nombre.

Partícula de Fluido: Se define como un elemento de volumen cuyas dimensiones macroscópicamente son mucho menores que el tamaño del sistema estudiado y puede verse como un punto en el que no existen variaciones de sus propiedades. Además, son suficientemente grandes para contener gran número de moléculas, de modo que se le puede asignar masa y volumen, así como las propiedades físicas usuales: trayectoria, velocidad, cantidad de movimiento lineal, energía, etc. De esta manera las propiedades podrán ser definidas en función de coordenadas de posición.

Lo anterior, implica la necesidad de elegir un sistema de referencia. Si se escoge un sistema de coordenadas fijo para hacer la descripción del comportamiento del fluido, lo haremos según

un “esquema euleriano”. Si por el contrario se sigue el movimiento de una partícula con un sistema de coordenadas fijado a la partícula que viaja a la misma velocidad de esta, el esquema es conocido como “lagrangiano”. Ambos esquemas de análisis son válidos y es posible pasar de uno a otro. (Velasco y Uribe 2008)

Es oportuno destacar que aunque Euler y LaGrange usaban los dos esquemas para el análisis del comportamiento de los fluidos, ambos métodos fueron propuestos por Euler, y, como ha ocurrido en otros tantos casos a lo largo de la historia, por error, se le atribuyó a Lagrange el que hoy lleva su nombre. (Levi 2001). Conviene señalar que, Joseph-Louis de Lagrange (1736-1813), considerado uno de los tres matemáticos más importante del siglo XVIII se interesó también por la Hidrodinámica y la Mecánica. Amigo cercano de Euler sostuvo con él un amplio intercambio epistolar sobre diversos temas por más de 25 años.

Presión: A principios del siglo XVIII en Europa el concepto de presión en el seno de un fluido en movimiento no estaba clara. A pesar de que en su “*Tratado Hidrodinámica*” de 1738, Daniel Bernoulli se propone calcular la presión que ejerce el fluido sobre las paredes de la tubería, su idea sobre este concepto era confuso. (Riaño 2020)

En su última memoria de 1752 publicado por la Academia de Ciencias de Berlín, “*Sobre el movimiento del agua por las tuberías*” Euler plantea por primera vez el concepto de fuerza de presión ejercida sobre una partícula por el fluido que lo limita aguas arriba y aguas abajo y también por la propia pared de la tubería. Esta fuerza es normal al elemento de separación con un valor por unidad de superficie determinado por la presión p . Agrega Euler, la determinación del movimiento obliga a calcular también la presión “...con la que las partículas de fluido actúan mutuamente entre ellas, de modo que toda partícula es presionada por todos sus lados por las vecinas. Dado que esta presión no es la misma en todas partes su acción se traducirá en cambiar el movimiento de las partículas” (Liñán 2009) De esta manera queda definido el concepto moderno de presión, tal y como lo entendemos hoy.

Línea de corriente: Asumiendo el esquema euleriano para el estudio del movimiento de un fluido se definen las “líneas de corriente”, como las trayectorias que siguen las partículas de fluido, cuando este se encuentra en movimiento. Otra manera de entender este concepto, es visualizar las líneas de corriente, para el caso de flujo permanente, como la línea tangente a las velocidades calculadas para cada punto (x, y, z) . Para este caso la ecuación que las determina es:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \quad (1)$$

Donde $dl = (dx, dy, dz)$ es el elemento de línea considerada, mientras que u, v, w son las velocidades respectivas según los ejes coordenados.

En la actualidad la construcción de “líneas de corriente” constituye una poderosa herramienta para la visualización del flujo. (Liñán 2009)

Por su importancia, a continuación, se dedica un apartado a los trabajos de Euler sobre la Segunda Ley de Newton.

EULER Y LA SEGUNDA LEY DE NEWTON.

A pesar de la trascendencia de las aportaciones que aparecen en la extensa obra de Euler dedicada a la Mecánica y el incalculable valor de su interpretación de la Segunda Ley de Newton, pocos las atribuyen a él. Del total de su obra publicada, el 28%, está relacionada con esta temática. (Minguez 1990)

Salvo los especialistas y estudiosos de su trabajo, no es muy conocido que la fórmula que relaciona la fuerza con la masa y la aceleración de un cuerpo o de una partícula de fluido, que generalmente se identifica con la Segunda Ley de Newton, es un aporte de Euler.

Según Paul Stockel, editor de la “*Mechanica Sive Motus Scientia Analytice Exposita*”, (“*Mecánica o ciencia del movimiento descrita analíticamente*”) de 1736, en sus trabajos sobre este tema, Euler desarrolló “.....una aproximación totalmente nueva de la representación teórica de la mecánica, diferente a la axiomática de Newton en los Principia” (Marquina 2019)

En sus análisis, Euler reconoce que la ciencia del movimiento tiene su fundamento en los trabajos de Galileo y culminan con los Principia de Newton, sin embargo, destaca que como están escritos sin utilizar el Análisis Matemático, “las proposiciones no se pueden seguir con suficiente claridad y distinción”. (Marquina 2019)

Aunque el propósito de este artículo no es mostrar un estudio detallado del procedimiento seguido por Euler para llegar a la formulación matemática de la Segunda Ley y su aplicación a la deducción de las ecuaciones fundamentales de la Mecánica de los Fluidos, es importante presentar algunas ideas esenciales de la concepción “euleriana” del movimiento.

Para él una propiedad básica de los cuerpos es la capacidad de conservar su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme a menos que sea obligado a cambiarlo por una causa externa. Esta condición la apoya cuando define la fuerza de inercia de todos los cuerpos como “la que faculta al cuerpo a mantener su estado de reposo o de continuar en su estado presente de movimiento en línea recta”. (Marquina 2019)

Otro concepto que ocupa su atención es el de masa. En su “*Mechanica*”, Proposición 17 del Capítulo II la relaciona con la que en ese momento todavía llama fuerza de inercia (más adelante la llamará solo inercia), planteando la proporcionalidad entre ambos y la define más adelante planteando que la masa no es medida por el volumen del cuerpo sino por la fuerza necesaria para imprimir un cierto movimiento. Según Jammer, se puede decir que para Euler la masa es “...un coeficiente numérico, característico de los cuerpos físicos individuales determinado por la razón entre la fuerza y la aceleración” (Marquina 2019)

Coherente con los presupuestos teóricos considerados anteriormente, define la Fuerza como la acción sobre un cuerpo libre que lo lleva al movimiento si está en reposo o cambia su movimiento. Destaca que la gravedad es una fuerza de este tipo. A continuación, en el mismo Capítulo II de la “*Mechanica*” señala que “...los incrementos de la velocidad están en proporción a los tiempos que se produce” de la misma forma expresa que “.....las distancias descritas desde el principio del movimiento están en razón cuadrática de los tiempos o de las velocidades adquiridas en estas distancias” y lo expresa matemáticamente, en su terminología como:

$$s = \frac{nc^2}{2} = \frac{t^2}{2n} \quad (2)$$

Donde s es la distancia, n es el inverso de la aceleración, c es la velocidad y t es el tiempo. (Marquina 2019)

Euler reconoce que Galileo fue el primero en usar estos principios en el estudio de la caída libre de los cuerpos, destacando que éste no aportó ninguna demostración.

Más adelante en el mismo Capítulo II plantea que la acción de las fuerzas provocan cambios en las velocidades de los cuerpos, de forma que el producto de la fuerza por el elemento de tiempo es igual al incremento de velocidad, según la nomenclatura euleriana, $pdt = dc$, donde p es la fuerza, c es la velocidad y t es el tiempo. Así, Euler va construyendo paso a paso el fundamento teórico, partiendo de demostraciones analíticas, que le permiten arribar de una manera lógica a los planteamientos axiomáticos de Newton.

Luego de las definiciones anteriores en el Capítulo III, Volumen I de su “*Teoría del movimiento de los sólidos o cuerpos rígidos*”, de 1765 explica que si se conoce la aceleración del movimiento la cual es dds/dt^2 o dv/dt la “fuerza actuante será de la forma $p = (A/\lambda) (dds/dt^2)$ o $= (A/\lambda) (dv/dt)$ ” donde p es la fuerza, A , la masa, λ una unidad relativa a las unidades, s la distancia y t el tiempo, con lo que arriba así, a la Segunda Ley de Newton. En esta expresión, se manifiesta el uso de una constante en la ecuación física que toma en cuenta las unidades utilizadas. Euler es protagonista del uso de unidades para expresar la medida de las cantidades implicadas.

Como se ha explicado antes, asume las coordenadas cartesianas según las cuales los movimientos “...pueden siempre ser descompuestos de infinitas formas en tres movimientos, cada uno de los cuales, con su propia velocidad, de forma que considerándolos todos juntos, nos den, no solo la rapidez del punto, sino también su dirección, lo cual es muy útil para los cálculos, ya que nos libra de aburridos cálculos concernientes a la curvatura de la trayectoria del punto.” De esta manera Euler es el primero en enunciar la Segunda Ley de Newton en coordenadas cartesianas. (Marquina 2019).

En su obra “*Investigaciones sobre el movimiento de los cuerpos celestes en general*” de 1747, en el Lema XVIII se propone encontrar el cambio instantáneo del movimiento de un cuerpo de masa M , sujeto a una fuerza para lo que en la solución se apela a los cambios instantáneos de movimientos, expresados en tres ecuaciones:

$$2 \frac{ddx}{dt^2} = \frac{X}{M} \quad 2 \frac{ddy}{dt^2} = \frac{Y}{M} \quad 2 \frac{ddz}{dt^2} = \frac{Z}{M} \quad (3)$$

El dos que aparece en las ecuaciones Euler lo explica en el Corolario 1 a continuación del Lema XVIII, en el que señala “La velocidad del cuerpo siguiendo la dirección M_x será igual a $\frac{dx}{dt}$ siguiendo a $M_y = \frac{dy}{dt}$ y siguiendo $M_z = \frac{dz}{dt}$ y esto afirma que los cuadrados de estas fórmulas, a saber, $\frac{dx^2}{dt^2}$, $\frac{dy^2}{dt^2}$, $\frac{dz^2}{dt^2}$ experimentan las mismas alturas que son adecuadas a estas velocidades. Y es a causa de esta relación que las fórmulas diferencial – diferenciales son multiplicadas por 2”

Esta manera de expresar la Segunda Ley de Newton es coherente con lo planteado por Euler, en la ecuación (2).

En su forma más conocida, para masa constante:

$$Fx = ma_x \quad Fy = ma_y \quad Fz = ma_z \quad (4)$$

Estudiar la obra de Euler, los Bernoulli (padre e hijo), LaGrange, D'Alembert y tantos otros científicos de esta época, es un reto difícil de afrontar. Aunque se habían desarrollado algunas técnicas para la medición de magnitudes distintas de la longitud, todas se referían a ella. A lo que Newton llama "fuerza acelerativa" es lo que conocemos como aceleración, a la cantidad de movimiento le llama "movimiento". La fuerza, masa y peso se medían por pesadas con la lógica confusión, la presión se medía por alturas de columna de mercurio, los intervalos de tiempo pequeños, por péndulos, ajustando su longitud a la unidad requerida. La simbología usada nada tiene que ver con la empleada hoy y como vimos, las velocidades instantáneas se medían por una longitud de caída. (González 2003) A ésta realidad hay que sumar lo alejado en el tiempo de lo acontecido; y la genialidad increíble de estos hombres a la hora de plantear los problemas y, sobre todo, resolverlos.

A continuación se presenta, de manera general, el procedimiento que condujo a la determinación de las ecuaciones de Continuidad y del Movimiento, también conocidas, como se ha dicho, por "Ecuaciones de Euler".

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.

Para la deducción de la ecuación de continuidad, basada en el principio de conservación de la materia, Euler asume una partícula de forma cúbica y dimensiones $dx dy dz$ paralelas a los ejes de referencia y el punto O, de coordenadas (x, y, z) es el centro de gravedad con una velocidad cuyas componentes son u, v, w a lo largo de los ejes x, y, z y una densidad ρ en el centro del volumen.

De esta manera calculando la variación de la masa, según la dirección de los tres ejes coordenados, e igualándola con la variación de la masa con respecto al tiempo, encuentra que para régimen permanente y fluido incompresible:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Se concluye que para un fluido incompresible el incremento de masa por unidad de tiempo, en cualquier punto del fluido es cero. Esto implica que, cualquier expresión matemática de los componentes de la velocidad en función de (x, y, z, t) , debe satisfacer la ecuación (5) en cualquier punto del fluido incompresible y en cualquier instante de tiempo. (Liñan 2009)

Si consideramos que el movimiento se realiza a lo largo de una línea de corriente, cuya dirección llamaremos S, y la partícula seleccionada tiene caras normales a la línea de corriente de área dA , siguiendo el mismo procedimiento se encuentra que, para régimen permanente,

$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, tendremos:

$$\partial(\rho U S) dA = 0 \quad (6)$$

Si, además de ser permanente el régimen, el fluido es incompresible: $\partial(\rho U S) dA = 0$ que integrando nos dará la conocida expresión de la "Ecuación de Continuidad":

$$\rho U^2 = \text{Gasto} = \text{constante} \quad (7)$$

ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO.

La deducción de esta ecuación parte de considerar el movimiento de una partícula de forma cúbica de volumen, $dx dy dz$, a lo largo de los ejes X, Y, Z que debe cumplir con las ecuaciones:

$$F_x = m a_x \quad F_y = m a_y \quad F_z = m a_z \quad (8)$$

Si el fluido es ideal, las únicas fuerzas que intervienen en el movimiento son las fuerzas debidas a la presión y al peso de la partícula. El sistema de referencia se considera con el eje Z positivo ascendente.

Para calcular la aceleración sabemos que la velocidad a lo largo, de cada uno de los ejes es una $f(x, y, z, t)$, entonces aplicando las expresiones (8), tenemos:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v + \frac{\partial u}{\partial z} w + \frac{\partial u}{\partial t} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial x} u + \frac{\partial v}{\partial y} v + \frac{\partial v}{\partial z} w + \frac{\partial v}{\partial t} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (11)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial x} u + \frac{\partial w}{\partial y} v + \frac{\partial w}{\partial z} w + \frac{\partial w}{\partial t} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \quad (12)$$

Estas ecuaciones junto a la Ecuación de Continuidad constituyen el sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas (u, v, w, p) que describen el movimiento de los fluidos ideales, incompresibles, es decir, ρ constante, sometidos a la fuerza debida al peso. (Liñan 2009)

Cuando estas ecuaciones se aplican a lo largo de una línea de corriente se llega a la conocida Ecuación de Bernoulli que como se sabe, fue realmente deducida por Euler. (Riaño 2020)

ACERCA DE LA VIDA DE LEONHARD EULER.

En el año 2007 se conmemoró el 300 aniversario del natalicio de Leonhard Euler. Diversas actividades se desarrollaron en todo el mundo en su honor, especialmente en su Suiza natal.

Su historia es la de un hombre genial, con más de 30 000 páginas publicadas durante toda su vida. Es considerado el matemático más prolífico de todos los tiempos y el más notorio de su época. Con una obra monumental, incursiona, además de las matemáticas, en los campos de la Mecánica, la Óptica, la Astronomía, la Arquitectura y otras disciplinas. Su vida y su obra resultan cautivantes, no solo por el impacto de sus descubrimientos para el desarrollo científico de la humanidad y su vigencia, sino también por el ser humano que fue. Por la amplitud de sus conocimientos es considerado por algunos como uno de los últimos representantes de los sabios universales. (Mínguez 1990).

A continuación, se relatan algunos aspectos de su vida, presentados en cuatro etapas bien diferenciadas:

Basilea (1707-1726)

Nacido el 15 de abril de 1707, cerca del pueblito de Riehen, Basilea, Suiza. Su padre, Paulus Euler, pastor protestante, graduado de Teología en la Universidad de Basilea, tenía ciertos

conocimientos de matemática, era amigo de la familia Bernoulli. Su madre, Margaretha Bruckner, era proveniente de una familia de académicos religiosos.

Su infancia transcurrió en un ambiente familiar, tranquilo y de buenas costumbres. Recibió de su padre las primeras enseñanzas y lo inició en el mundo de las matemáticas que desde niño lo apasionaron. En esa época los estudios secundarios se hacían en la universidad, donde ingresa a los trece años. Recibe clases en el curso obligatorio de matemáticas que incluye, entre otros, temas de geometría y aritmética práctica y teórica. Ya, desde esta época se pone de manifiesto su natural talento matemático. Su profesor era, Johann Bernoulli, considerado uno de los matemáticos más importante de su época.

Estudió teología en la Universidad de Basilea, como su padre, pero esta no era su verdadera vocación. Sus estudios en la Facultad de Filosofía le permitieron un acercamiento mayor con la familia Bernoulli, particularmente con Daniel y Nicolaus, matemáticos brillantes que, sin dudas, lo incentivaron a adentrarse en ese mundo. Además de Teología y Matemáticas, el joven Euler estudió Medicina, Astronomía y Física.

Leonhard, tenía una extraordinaria facilidad para los idiomas, a pesar de que su lengua materna era el alemán, dominaba el latín, el griego y el francés. Por las enseñanzas que brinda, se reproduce un párrafo de su recolección autobiográfica:

“En 1720 fui admitido en la Universidad como estudiante público, donde pronto encontré la oportunidad de lograr la cercanía con el famoso profesor Johann Bernoulli, quien tuvo la gentileza de ayudarme en las ciencias matemáticas. Por sus múltiples compromisos, él descartó categóricamente lecciones privadas: sin embargo, me dio un consejo aún más benéfico, el cual consistió en que yo revisara por mi cuenta algunos de los libros más difíciles de matemáticas y trabajara sobre ellos con diligencia, y dondequiera que yo encontrara alguna objeción o dificultad, él me ofreció libre acceso a él cada sábado por la tarde, y tuvo la amabilidad de dilucidar sobre las dificultades recolectadas, esto sucedió con tal ventaja que cuando él resolvía una de mis objeciones otras diez desaparecían al instante, lo cual es ciertamente el mejor método para avanzar sostenidamente en las ciencias matemáticas”. (Huerta y Monroy 2007)

De su brillante alumno, el maestro expresó: es “...un joven que posee el más afortunado de los talentos, hemos visto la sencillez y la pericia con las que él ha penetrado los campos más secretos de las matemáticas sobre nuestros auspicios”. (Huerta y Monroy 2007)

Leonhard, completó sus estudios en 1726 e inició sus investigaciones independientes inmediatamente. Publicó sus primeros dos ensayos científicos a los 18 y 19 años, uno de ellos alcanzó mención de honor por la Academia de Ciencias de París relacionado con la posición óptima del mástil de los barcos. Euler nunca había visto uno.

Graduado de Magister en Filosofía, opta por una plaza de profesor de Física en la Universidad de Basilea, pero, le fue negada, quizás, debido a su juventud. Ya desde esta temprana edad, Leonhard muestra que la mecánica era una de sus predilecciones.

San Petersburgo (1727 – 1740)

El siglo XVIII europeo está caracterizado por un fuerte movimiento cultural e intelectual donde se divulgan las ideas y se socializa el conocimiento. Las monarquías ilustradas potencian la educación y la cultura y apoyan el desarrollo científico. (Riaño 2020).

En este contexto el Zar Pedro El Grande, funda en 1724, la Academia de San Petersburgo la cual es auspiciada por la emperatriz Catalina I cuando este fallece.

La emperatriz quiere tener entre sus miembros a los científicos más distinguidos. De esta manera invita a los hermanos Nicolaus y Daniel Bernoulli a formar parte de la misma y en 1725 llegan los dos a San Petersburgo.

En ese tiempo, Rusia trataba de elevar su nivel educativo y reducir la brecha que la separa de las demás naciones de Occidente. Para lograrlo la Academia tenía un rol importante y contaba con los recursos necesarios.

Poco tiempo después Nicolaus fallece víctima de fiebres y Daniel, solo y triste, conociendo que su amigo de la infancia Leonhard está sin trabajo, intercede para que sea invitado a formar parte de la Academia. De esta manera Euler llega a San Petersburgo en 1727. Este mismo año, fallece Catalina I, principal patrocinadora de la Academia. Se avecinan días de graves carencias económicas.

Inmediatamente Euler comienza a trabajar en temas relacionados con la Hidráulica. Bernoulli, de forma independiente también lo hace. Cuando los avances de sus investigaciones se presentan al pleno de la Academia los resultados de uno y otro eran idénticos. Entonces Euler cambia sus planes y concede los derechos a su amigo para que continuara y ampliara los estudios en este campo. Hecho curioso y poco común que da una idea del altruismo de Euler. (Riaño 2020)

En 1731, el clima de tensión política que se vive hace que, Daniel regrese a su natal Basilea. Ya Euler, a sus 24 años, ha ganado prestigio como profesor de Física de la Academia y lo designan director del Departamento de Matemáticas sustituyendo a Daniel.

La estancia en Rusia es difícil, al clima de tensiones políticas y el crudo invierno, se une la soledad. Así, a principios de 1734 Euler decide casarse con Katharina Gsell, hija de un pintor suizo. De esta unión nacieron 13 hijos, pero solo sobrevivieron cinco; las enfermedades y la falta de atención médica imperaban.

En esa época trabaja con tanta intensidad en la confección de un mapa de Rusia que provoca se afecte gravemente la visión de su ojo derecho.

En este período Euler se dedica por entero a sus investigaciones tanto en el campo de las matemáticas como de la mecánica. En los catorce años que permanece allí, escribió su famoso tratado “*Mechanica*” (1736) y más de 100 artículos del más alto nivel.

En relación con “*Mechanica*”, el Marqués de Condorcet, en su homenaje póstumo, dijo: “... es la primera obra maestra en la que el análisis se aplica a la ciencia del movimiento” (Condorcet 1783)

En 1740, fallece la princesa Anna y la situación política en Rusia se complica. La incertidumbre y el desasosiego se incrementan. Preocupado por su integridad y la de los suyos, decide viajar a Berlín en 1741, respondiendo a una invitación que desde hacía algún tiempo le había hecho Federico II, El Grande.

La Academia de Ciencias de Berlín, fundada en 1700, era una de las más famosas de Europa, había sido dirigida por el célebre matemático Leibnitz.

Alemania (1741 – 1766)

Tras su investidura en 1740, Federico II se propone estimular la actividad de la Academia, nombra al científico francés Maupertuis como presidente y convoca científicos de gran prestigio a trabajar en ella, tal es el caso de Euler.

Sin embargo, en esta época el reino prusiano está envuelto en la primera guerra silesia y la actividad científica es casi nula. La Academia pasa por su peor crisis económica. Ante esta situación, Euler se dedica a impartir clases a miembros de la nobleza, entre ellas, a la princesa Anhalt-Dessau, que en ese tiempo estaba bajo su tutela. Cuando la princesa abandona la corte, mantiene con ella comunicación epistolar donde trata temas como la filosofía, la religión, la física y las matemáticas entre otros. Estas cartas, que sumaron más de 200, fueron recopiladas y publicadas en tres tomos en Rusia en 1768 y en 1772. “*Cartas a una princesa alemana*” ha sido considerada la obra más leída de todas las escritas por Euler. (Minguez 1990)

Durante su estancia en Berlín el monarca le encomendó trabajos de alguna importancia como la nivelación del canal Finow, instalaciones de juegos de agua, la dirección de una mina de sal, juegos de lotería, etc. Para realizar estas acciones Euler dispuso de suficiente dinero, pero curiosamente, para investigar cuestiones matemáticas nunca recibió ayuda. Federico no se sentía a gusto con los geómetras, prefería a los filósofos como Voltaire. Consideraba a Euler como un filósofo insignificante, incapaz de brindar gracia y distinción a los salones de la corte.

La producción científica de Euler en esta etapa es inmensa. Además de sus trabajos en el campo de las matemáticas, hace importantes aportes a la Mecánica. Discute sus principios generales en varios de sus trabajos, de manera especial en “*Introducción a la ciencia natural*” escrita entre 1744 y 1748 pero publicadas en 1862, “*Investigaciones sobre el movimiento de los cuerpos celestes*”, en general, 1747, Descubrimiento de un nuevo principio de la mecánica, 1752, Investigación sobre el origen de las fuerzas, 1752, “*Teoría del movimiento de los sólidos o cuerpos rígidos*” en 1765. (Marquina 2019).

En 1754, publica su memoria, “*Teoría más completa de las máquinas que son puestas en movimiento por la reacción del agua*” donde desarrolla, por primera vez, la expresión general que determina el valor de la carga teórica suministrada o absorbida por las máquinas hidráulicas a reacción (bombas o turbinas), a saber: $Ht = \pm \frac{U_2 C_{2u}}{g}$ donde U_2 y C_{2u} son las velocidades periféricas a la entrada o la salida del álabe según el caso y g la aceleración de la gravedad. De igual forma propone un modelo de turbina ideada por él.

Durante los 25 años de su estancia en Berlín, mantuvo una estrecha relación con la Academia de San Petersburgo a donde envió más de 100 artículos científicos. Esta sociedad lo mantuvo

como miembro y lo recompensaba económicamente de manera generosa. Euler publicó además, 125 artículos en Berlín.

Una publicación de la época escribe sobre Euler:

"Su madre, ya viuda, vivió también en Berlín durante varios años, recibiendo asiduas atenciones de su hijo y disfrutando del placer de verle universalmente estimado y admirado. Un hecho que habla mucho en favor de la estima en que se tenía a Euler, es que cuando el ejército ruso invadió Alemania en 1760 y saqueó una granja de su propiedad y el acto llegó a conocimiento del general, la pérdida fue inmediatamente remediada, y a ello se añadió un obsequio de cuatro mil florines, hecho por la emperatriz Isabel cuando se enteró del suceso". (Fernández 2007)

La estancia de Euler en Berlín debió ser muy difícil. Pierde totalmente la visión del ojo derecho, y el monarca, que no sentía aprecio alguno por él, terminó llamándolo despectivamente como su "cíclope matemático".

A la muerte de Maupertuis era de esperar que Euler ocupara la presidencia de la Academia. El Rey, por el contrario ofrece el cargo a D'Alembert, quién ante esta propuesta, viaja a Berlín para manifestar su negativa, argumentando que debía ser Euler y no él quien debía ocupar el cargo.

Es así, que, decepcionado, decide abandonar Berlín y regresar a Rusia donde siempre fue querido y admirado.

Regreso a Rusia (1766 – 1783)

Euler llega a San Petersburgo a mediados de 1766 y es objeto de una bienvenida digna de un Rey. La Zarina le brinda las mejores condiciones tanto a él como a sus acompañantes.

A lo largo de los 17 años de esta segunda estancia, Euler desarrolla una actividad impresionante, se calcula que escribió más de la mitad de toda su obra científica, es decir unas 400 memorias. Todo esto a pesar de haber perdido la visión de su ojo derecho y quedar más tarde completamente ciego. A esta desgracia se une el fallecimiento de su esposa en 1773. (Fernández 2007)

Nada lo detuvo, a pesar de la ceguera y la pérdida de su compañera de más de 40 años, no le faltaron fuerzas para continuar con su extraordinaria producción científica. Su prodigiosa memoria y su habilidad increíble para los cálculos contribuyeron a este objetivo. En este periodo, Euler tiene varios colaboradores, entre ellos su hijo Johann Albrecht.

En 1776 se vuelve a casar con una hermanastra de su difunta esposa, que lo acompañó hasta el último día de su preciosa vida.

Euler publicó más de 500 libros y artículos. El total de su obra conocida, añadiendo la póstuma, alcanza la cifra de 886 trabajos. Si dividimos el número de páginas entre los años vividos (a partir de los 20), nos da una producción de unas 800 páginas anuales de promedio. Ningún matemático ha superado jamás la producción de este hombre. (Fernández 2007)

A pesar de que, apenas con 40 años era ya un hombre rico, respetado y admirado por todos, se caracterizó por su sencillez, su humildad, su carácter afable y una honestidad intelectual a toda prueba. Fue de una profunda fe cristiana, comprometido con los conceptos promulgados por su religión.

Contrario a lo que pudiera esperarse, fue un apasionado de la vida, la disfrutó plenamente, procreó y educó a los cinco hijos que le sobrevivieron y se casó dos veces. Procuró siempre el bienestar de su familia, diseñó y construyó juegos científicos para sus hijos y nietos. Decía con orgullo que sus mejores descubrimientos matemáticos los hizo sosteniendo a uno de sus bebés en brazos, mientras otro jugaba a sus pies. Se relacionó con lo más distinguido de la intelectualidad de la época. Disfrutó de la música, la literatura y fue un excelente jugador de ajedrez (Huerta y Monroy, 2007)

El Marqués de Condorcet,) que tuvo el triste privilegio de pronunciar el elogio póstumo de Daniel Bernoulli y Leonhard Euler, dijo de este último:

“Conservaba toda la sencillez de costumbres a ejemplo de su casa paterna. Mientras conservó la vista reunía todas las noches para la oración común a sus nietos, sus criados y a los alumnos que se alojaban en su casa y les leía un capítulo de la Biblia” (Condorcet 1783)

Sus últimos minutos de vida, el 7 de septiembre de 1783, Condorcet los describe:

“...llamó a su nieto con el que se entretenía mientras tomaba algunas tazas de té, cuando de momento, la pipa que tenía en la mano se le cayó y dejó de calcular y de vivir”.

“Tal fue el fin de uno de los hombres más grande y más extraordinario que jamás produjo la naturaleza”. (Condorcet 1783)

CONCLUSIONES.

- La fórmula que relaciona la fuerza con la masa y la aceleración de un cuerpo o de una partícula de fluido, que generalmente se identifica con la Segunda Ley de Newton, es un aporte de Leonhard Euler.
- Euler crea un sistema de conocimientos cuidadosamente estructurado, que le permite establecer las leyes generales del comportamiento de los fluidos no viscosos.
- Los aportes de Euler a la Mecánica en particular, y a la Física en general fueron decisivos para el avance sin precedentes alcanzado por esta disciplina científica en el siglo XVIII.
- Euler fue un hombre íntegro. A su prodigiosa memoria e inteligencia extraordinaria, se unieron su sencillez, su honestidad, su voluntad inquebrantable y su pasión por la vida.

REFERENCIAS

Condorcet M. (1783) “Eulogy to Mr. Euler” History of the Royal Academy of Sciences, 1783, París, Francia, 1786, Translated by John S.D.Glaus, The Euler Society, March 2005, MacTutor History of Mathematics Archive ISSN: 0950 – 4125, Escocia extraído de <http://eulerarchive.maa.org/historica/condorcet.html> en abril de 2020.

Fernández S. (2007) “Leonhard Euler (1707–1783)” Revista SIGMA No. 30, ISSN 1131-7787, Departamento de Educación del Gobierno Vasco, España extraído de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2529629> en enero de 2020.

González F. (2003) La contribución de Leonard Euler a la matematización de las magnitudes y las leyes de la mecánica, 1736 – 1765, ILUIL, vol. 26, ISSN 0210-8615, Universidad Complutense de Madrid, España.

Huerta J. y Monroy F. (2007) “Vida y obra de Leonhard Euler”, Legado matemático de Leonhard Euler a trescientos años de su nacimiento, ISBN: 978-970-773-375-6 Universidad Autónoma Metropolitana, Ciudad México, México.

Levi L. (2001). “El agua según la ciencia” Avances en Hidráulica 8, AMH IMTA, ISBN 968-7417-93-5, México.

Liñan A. (2009) “Las ecuaciones de Euler de la mecánica de los fluidos”, Real Academia de Ciencias y Universidad Politécnica de Madrid, Archivo digital UPM, ISBN 978–84–85559-66-4. España.

Marquina J. (2019). “Euler y la mecánica” Revista Mexicana de Física E65, ISSN: 2683-2216, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, México, extraído de <https://rmf.smf.mx/ojs/rmf-e/article/download/511/1223> en marzo 2020

Minguez C. (1990). “Cartas a una Princesa de Alemania sobre diversos temas de física y filosofía”, ISBN:84-7733-145-6, Universidad de Zaragoza, España.

Riaño F. (2020). “Antecedentes de la conocida Ecuación de Bernoulli”. Ingeniería Hidráulica y Ambiental, vol.41 no.1 pp. 71 – 84. ISSN: 2788-6050. Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH). Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae). Habana

Velasco R. y Uribe F. (2008) “La Hidrodinámica de Leonhard Euler” Miscelánea Matemática, No. 46, ISSN:1665-5478 Departamento de Física, Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa, México, extraído de www.misclaneamatematica.org/uribe.pdf en marzo de 2020.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses.

Contribución de los autores

Félix Riaño Valle <https://orcid.org/0000-0002-0000-0002-9342-6064>

Confeccionó y redactó el artículo en su totalidad