

Análisis del método de Fernández y Torres para la transformación del oleaje

Ronnie Torres Hugues

Centro de Investigaciones Hidráulicas.

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae), La Habana, Cuba

email: ronnie@cih.cujae.edu.cu

RESUMEN

Este trabajo le da continuidad a los estudios realizados del método de Fernández y Torres, como expresión empírica capaz de simular la transformación del oleaje al interior de la zona de rompiente. Se demuestra cómo los coeficientes en ella representan la disipación de energía por rotura del oleaje y por fricción del fondo. Un grupo de pruebas son llevadas a cabo para analizar su comportamiento en función de la densidad de puntos en la distancia a la costa, de la irregularidad del perfil y de la turbulencia y fricción del fondo antes del punto de rotura del oleaje. También se analiza la posible relación que puede haber entre el Número de Iribarren y el exponente “n”. En esta oportunidad, las pruebas fueron comprobadas con las mediciones de Horikawa y Kuo.

Palabras clave: modelo matemático, oleaje, rompiente.

Analysis of Fernandez and Torres's method for wave transformation

ABSTRACT

This work involves continuity with other works made with Fernandez and Torres's method which is an empirical expression able to simulate wave transformation within the surf zone. It is shown how coefficients in that zone represent energy dissipation due to wave breaking and bottom friction. A set of tests are made to analyze its behaviour as a function of the density of points in the distance to the coast, of profile irregularity and of turbulence and bottom friction before the breaking point. The possible relationship between Iribarren number and the “n” exponent is analyzed. Tests were compared with measurements by Horikawa and Kuo.

Keywords: mathematical model, waves, wave breaking.

INTRODUCCIÓN

En 2009 se propuso una expresión matemática empírica para determinar la transformación del oleaje en el interior de la zona de rompientes, la cual fue reconocida como el método de Fernández y Torres (2009). Tiene como características la sencillez en el uso y estabilidad numérica tanto para perfiles con pendiente de fondo constante como con fondo irregular. Esta última cuestión lo hace superior que otros métodos, de amplio uso internacional, como el de McCowan, el de Dally y otros, y el de Andersen y Fredsoe, citados en Fernández y Torres (2009).

Su estructura parte de un valor conocido de altura de ola en el punto de rompiente, el cual es afectado por la relación entre profundidades y longitud de onda entre el punto con valores conocidos y el nuevo punto de la siguiente manera, según ecuaciones (1) y (2).

$$H_{i+1} = \alpha \cdot K_p \cdot K_L \cdot H_i^n \quad (1)$$

$$K_p = \frac{h_{i+1}}{h_i}, \quad K_L = \frac{L_{i+1}}{L_i} \quad (2)$$

donde: “H” es la altura de la ola en el interior de la zona de rompiente en m, “ α ” es un coeficiente dimensional con unidades de longitud elevada al exponente (1-n), en este caso m^{1-n} , su valor es 1 si se emplea el Sistema Internacional de Unidades y oscila entre 0,5 – 4 para el Sistema Inglés, “Kp” es el coeficiente de profundidades, “K_L” es el coeficiente de longitud de onda, “n” es un exponente empírico, “h” es la profundidad local del agua en m, “L” es la longitud de la ola en m, “i” es la ubicación con valor conocido de altura de ola e “i+1” es la nueva ubicación.

Para determinar cuál es el valor apropiado del exponente n se realizaron varias pruebas, ver tabla 1, con diferentes exponentes (0,5; 0,8; 0,9; 0,92; 0,95; 0,97; 0,98 y 1,5) y se obtuvo el error absoluto, en centímetros, entre la altura de la ola medida, según Horikawa and Kuo (1966) y calculada para cada juego de datos, lo que contabilizó un total de 72 pruebas, ver tabla 2.

Tabla 1. Juegos de datos para los estudios realizados

Símbolos	Variables	Estudios	
		Fernández y Torres 2009	Acuña 2011
ζ	Pendientes de fondo [%]	3,3; 1,5 y 1,3	2,0; 1,3 y 0,5
H	Altura de ola [m]	1,0; 3,4 y 6,8	2,0; 3,5 y 5,0
T	Periodo de la ola [s]	5,3; 7,6 y 10	9; 10,5 y 12
ε	Esbeltez [-]	0,006 – 0,139	0,009 – 0,040
ξ	Numero de Iribarren [-]	0,035 – 0,412	0,025 – 0,212

De las mismas se obtuvo que los exponentes 0,8 y 0,97 produjeron en tres ocasiones, cada uno, los mínimos errores absolutos, sin embargo, a lo largo de todo el experimento este primer exponente produjo una máxima diferencia de más de dos metros en otras tres ocasiones. A la vez, que el último produjo un máximo total de 46 cm, el cual fue finalmente seleccionado como exponente fijo dado que representa mejor las mediciones antes mencionadas.

Posteriormente se realizó un estudio para determinar si el valor del exponente, inicialmente propuesto, es válido considerando un juego de datos más reducido en cuanto a la esbeltez de la ola (Acuña 2011), ver tabla 1. Los valores de altura de ola y período corresponden a los más

representativos relacionados con 39 eventos extremos que reporta Acuña (2011) en aguas profundas para una serie de 31 años.

Tabla 2. Error absoluto (cm)

n	$\zeta = 3,3\%$			$\zeta = 1,5\%$			$\zeta = 1,3\%$		
	H=1m	H=3,4m	H=6,8m	H=1m	H=3,4m	H=6,8m	H=1m	H=3,4m	H=6,8m
	T=5,3s	T=7,6s	T=10s	T=5,3s	T=7,6s	T=10s	T=5,3s	T=7,6s	T=10s
0,5	15	119	332	19	150	401	25	133	368
0,8	3	61	200	11	86	263	20	69	234
0,9	8	27	112	12	47	172	22	32	143
0,92	10	18	87	12	37	147	23	23	120
0,95	12	4	41	15	17	96	27	20	68
0,97	13	14	9	18	15	46	30	36	38
0,98	14	20	26	19	24	21	31	46	66
1,5	130	3095	33488	$2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^{20}$	$2 \cdot 10^5$	$8 \cdot 10^{18}$	$3 \cdot 10^{30}$

Los correspondientes a la pendiente de fondo se relacionan con los más representativos para playas cubanas. En este caso se tomó como referencia los resultados del modelo de Dally y otros, el cual permite probar con otros valores de pendiente de fondo. Al igual que en el anterior se hizo variar el exponente n para obtener el mínimo error absoluto entre estos modelos. La variación se realizó desde 0,9 hasta 1. El resultado se aprecia en la figura 1.

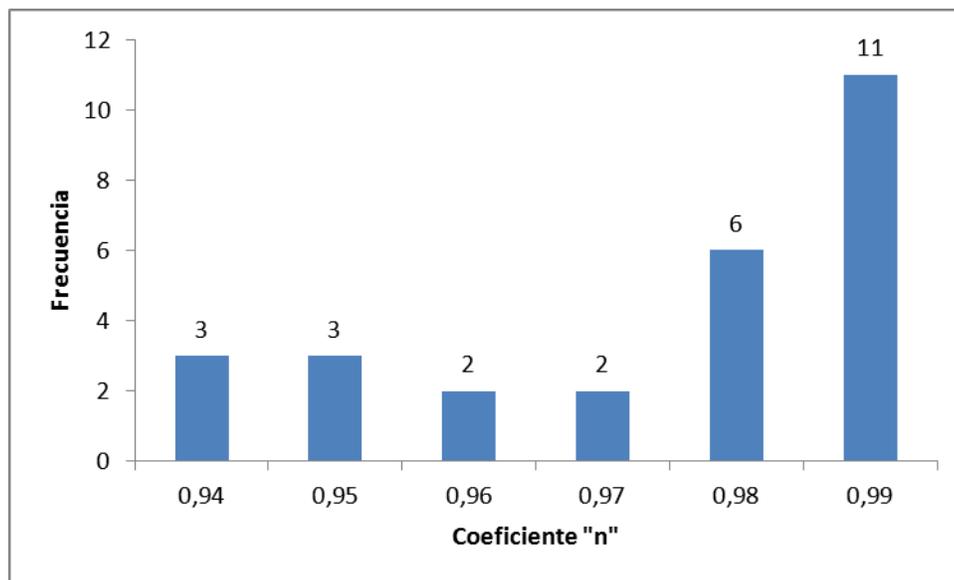


Figura 1. Frecuencia del coeficiente n en las 27 pruebas

A partir de estos datos, los valores menores que 0,94 no deben tenerse en cuenta al no generar mínimos errores absolutos, el valor más probable es el de 0,99 y el valor promedio es de 0,97. También se observó que:

- Un aumento de las variables H, T y ζ genera un aumento de n.
- El valor tope que toma el exponente n es de 0,99.
- Mientras más pequeños sean los valores de H en aguas profundas, mayor variabilidad del exponente n.

- La mayor dependencia del exponente n está relacionada con los valores de H en aguas profundas.

Estas últimas observaciones sugieren que se puede expresar una dependencia entre el exponente n y el Número de Iribarren, el cual relaciona estas variables. Esta hipótesis es el punto de partida de este trabajo, donde además se profundiza en los fenómenos que toma en cuenta este modelo.

REPRESENTACION DE LOS FENOMENOS FISICOS EN EL MODELO

Los fenómenos físicos que con mayor frecuencia se tienen en cuenta en los modelos de transformación del oleaje, o al menos los de mayor peso, son la fricción con el fondo y la rotura del oleaje. La posibilidad de que el modelo en cuestión represente estos fenómenos estará dada por el estudio de la influencia del exponente n y de la relación entre profundidades y longitudes de onda.

Influencia del exponente n

Para estudiar la influencia del exponente n se ha considera un perfil con pendiente de fondo horizontal, de tal manera que $K_p = 1$ y $K_L = 1$, de esta manera la única variabilidad en la transformación del oleaje estará dada por dicho coeficiente. En la figura 2 se muestra, para dicha pendiente de fondo, como es la transformación del oleaje para una altura de ola en el punto de rompiente de 2,4 m y $n = 0,90; 0,95; 0,97, 0,99$ y 1.

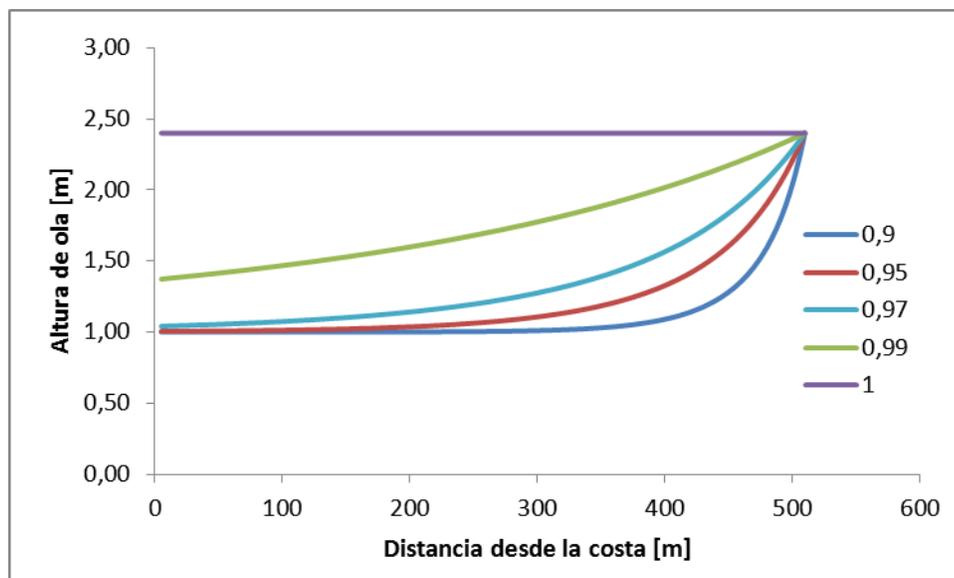


Figura 2. Transformación del oleaje para pendiente de fondo horizontal

En esta se puede apreciar que, si no se considera el exponente, que es lo mismo que plantear que “ n ” tome el valor de 1, no se produciría ninguna transformación del oleaje en el interior de la zona de rompientes, por lo que la altura de la ola a lo largo de esta zona sería la misma que en el punto de rompiente. Sin embargo, estudios realizados plantean que una vez que la ola rompe se produce una turbulencia capaz de generar una disminución considerable de energía, la cual se va atenuando a medida que se acerca a la orilla. Esto es, precisamente, lo que se describe en la

figura. Además, en este modelo los valores altos de turbulencia están asociados con valores cercanos a $n = 0,9$. A partir de este valor se representa menos la influencia de la turbulencia y las curvas se van despegando cada vez más hasta llegar a $0,99$, que muestra una diferencia sustancial con la curva correspondiente a $n=1$. Por lo que se concluye que el exponente n está asociado con la disipación de energía por turbulencia en la rotura de la ola.

Influencia de la relación entre profundidades y longitudes de onda

Para estudiar la influencia de la relación entre profundidades y longitudes de onda se ha considerado un perfil con pendiente de fondo constante y un valor de $n = 1$. Para este análisis se consideró un índice de rompiente de $0,8$, una altura de ola de 2 m y un periodo de 9 s. Las pendientes de fondo estudiadas fueron $0,5\%$, 1% , $1,5\%$ y 2% . En la figura 3 se muestran los resultados.

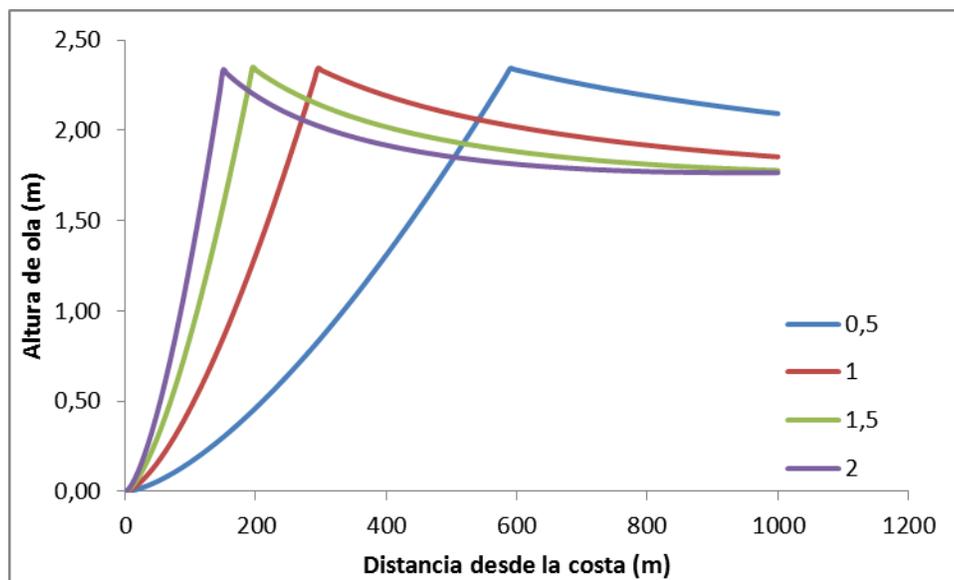


Figura 3. Transformación del oleaje para $n=1$.

El punto de rompiente se establece para una profundidad de $2,93$ m y la altura de ola correspondiente es de $2,35$ m. En la figura se aprecia que, como es de esperar, a medida que aumenta la pendiente de fondo el punto de rompiente se va aproximando a la costa, y que la transformación del oleaje en el interior de la zona de rompiente describe una recta en la mayor parte del tramo, aunque a medida que la pendiente de fondo va decreciendo la parte curva se hace más pronunciada. Básicamente, en la literatura se describe la influencia de la fricción con el fondo como un decrecimiento constante de la ola a medida que las profundidades disminuyen, que es lo que se ha representado en la figura anterior.

La parte curva de la transformación se debe al comportamiento de los coeficientes K_p y K_L , ver figura 4.

En esta figura se muestra que ambos coeficientes presentan el mismo comportamiento creciente y asintótico respecto a 1 para un perfil en el que la profundidad varía linealmente, además se aprecia una brusca inflexión en las curvas en una zona cercana a la costa, en la cual se remarca el efecto de la profundidad sobre la disipación de energía. Por otra parte, el coeficiente K_p presenta valores menores respecto al coeficiente K_L .

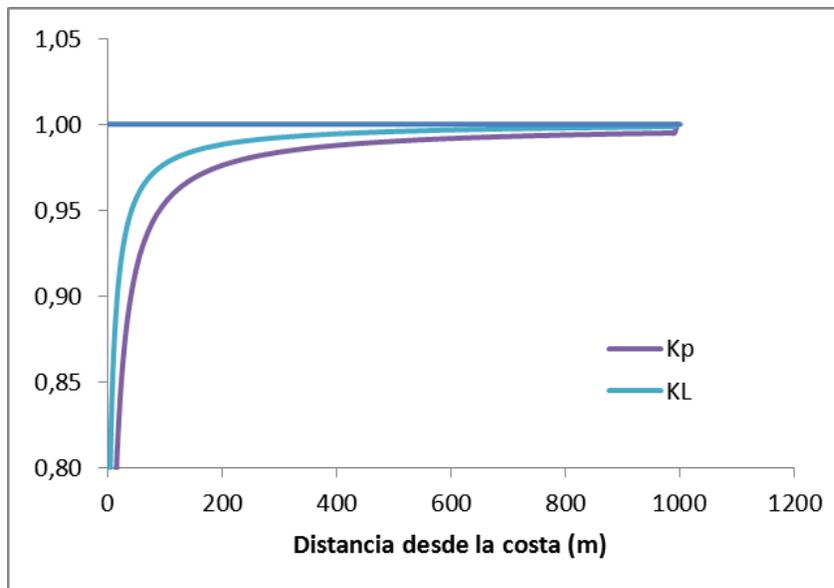


Figura 4. Comportamiento de los coeficientes K_p y K_L

Influencia de la densidad de puntos en el eje de distancia

Para analizar la repercusión de la densidad de puntos en la distancia en el modelo, se han tomado variaciones de distancia entre puntos, dx , de 2, 5, 10 y 20 m considerando pendientes de fondo anteriores, ver figuras 5, 6 y 7. Para todos los casos la altura de la ola y la profundidad en el punto de rompiente es de 3,15 m y 3,94 m, respectivamente, el periodo es de 8 s y el exponente $n = 0,99$.

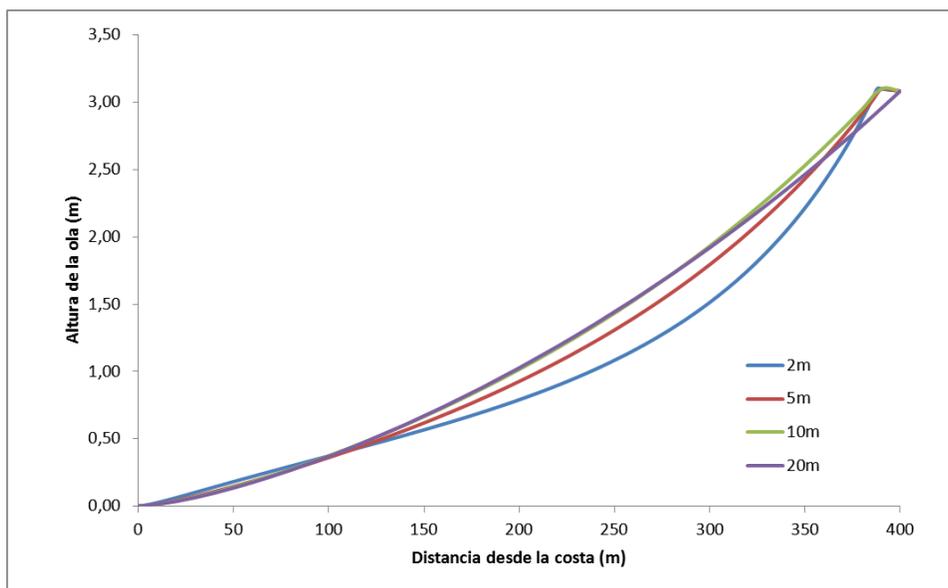


Figura 5. Influencia de la resolución en el eje de distancia para $\zeta = 1\%$

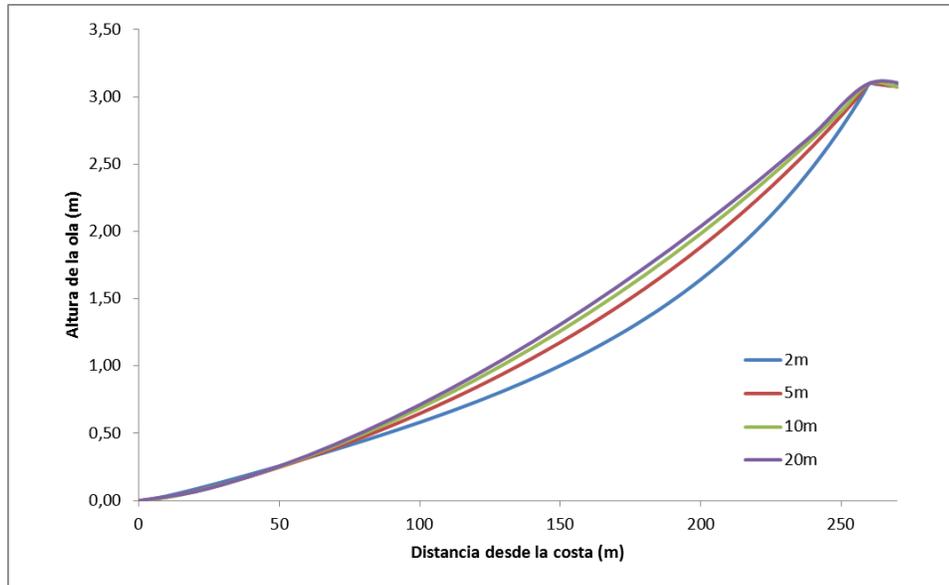


Figura 6. Influencia de la resolución en el eje de distancia para $\zeta= 1,5\%$

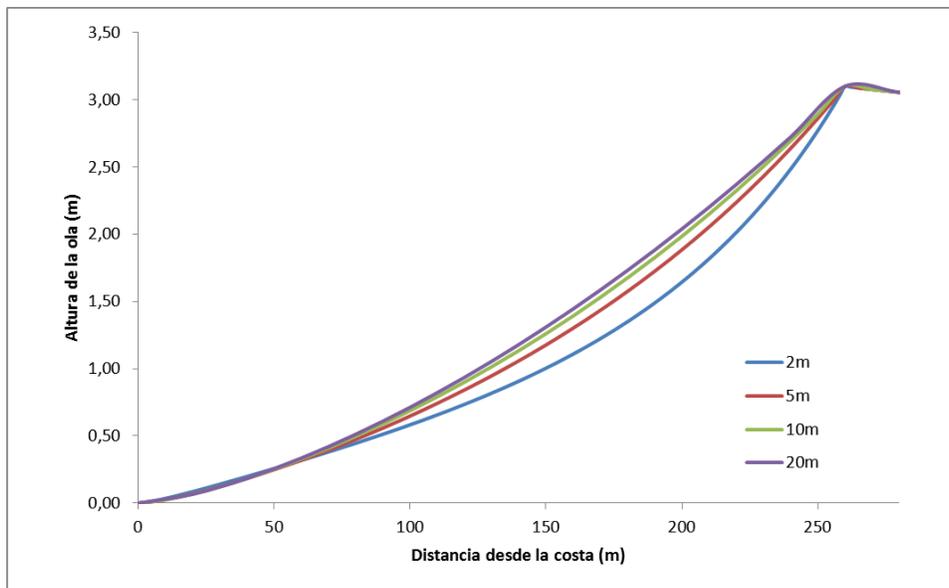


Figura 7. Influencia de la resolución en el eje de distancia para $\zeta= 2\%$

Las diferencias en los resultados para estas variaciones de la densidad de puntos en la distancia para cada pendiente de fondo analizada se establece a partir del error absoluto, ver tabla 3. Los valores que aparecen en la misma refieren la máxima diferencia que se establece entre el dx de referencia (columna a la izquierda) y el dx de prueba (fila 2).

De forma que el valor 0,27 m indica la máxima diferencia que existe de considerar un dx = 5 m en vez de un dx = 2 m, así 0,10 indica la máxima diferencia que existe de considerar un dx = 10 m en comparación con tomar un dx = 5m.

Tabla 3. Error absoluto máximo en metros

ζ (%)		1			1,5			2		
dx (m)		5	10	20	5	10	20	5	10	20
Referencia	2m	0,27	0,37	0,46	0,22	0,32	0,38	0,17	0,26	0,30
	5m	-	0,10	0,19	-	0,10	0,16	-	0,09	0,13
	10 m	-	-	0,09	-	-	0,06	-	-	0,04

Analizando las figuras se puede ver que el modelo es sensible al refinamiento de la densidad de puntos en la distancia, aunque no aparecen diferencias marcadas para variaciones mayores de 5 m. En este sentido, la tabla 3 reafirma lo anterior al mostrar como para los tres casos la diferencia entre la resolución de 5 m y la de 2 m es la menor siendo de 27, 22 y 17 cm respectivamente, como era de esperar. Nótese que a medida que la pendiente de fondo aumenta las diferencias disminuyen en todos los casos. Por tanto, mientras mayor sea la pendiente de fondo mayor puede ser la distancia entre puntos. Por otra parte, la diferencia entre las resoluciones de 5 y 10 m y 5 y 20 m arrojó como valor máximo 20 cm, mientras que la diferencia máxima entre 10 y 20 m es de 9 cm, lo cual no es significativo en ninguno de los 2 últimos casos. Este experimento sugiere que para perfiles con pendientes de fondo constantes el modelo puede ser abordado con una resolución pequeña de entre 10 y 20 m.

Influencia de la turbulencia y la fricción con el fondo antes del rompiente

Al tener en cuenta las condiciones vistas anteriormente, de pendiente de fondo y exponente n, se puede apreciar cómo el modelo reproduce los efectos anteriores de manera combinada, ver figuras 8 y 9 donde esto se pone de manifiesto para una altura de ola de 2 m, un periodo de la ola de 9 s, un índice de rompiente de 0,81 y pendiente de fondo de 0,5% y 2%.

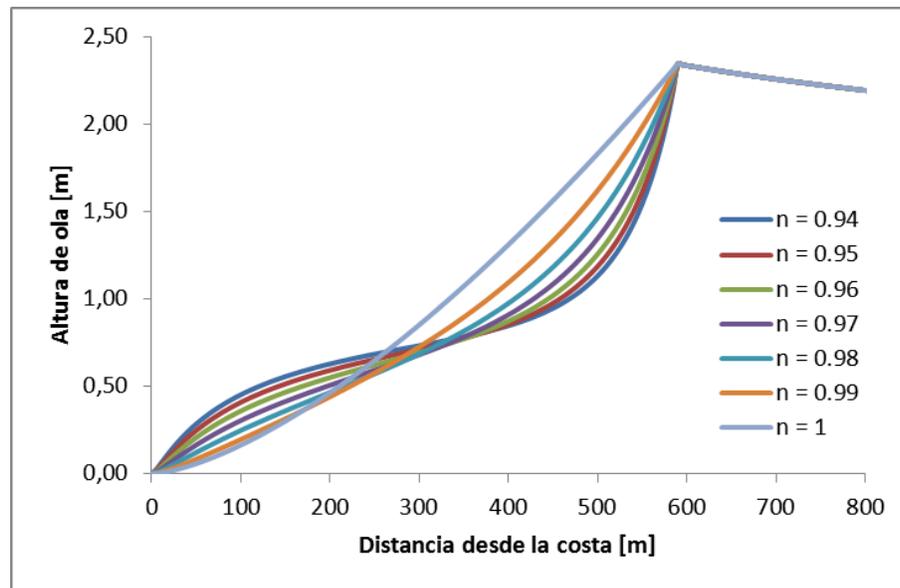


Figura 8. Efectos combinados para una pendiente de fondo del 0,5%.

Se puede observar que para la pendiente más suave (de 0,5%) las curvas de transformación del oleaje se encuentran más separadas, aunque a medida que el exponente n va disminuyendo estas se pegan más, y describen una zona intermedia con alturas de ola más estables hasta que, cerca de la costa, estas decaen rápidamente. Esto último no sucede para la pendiente de fondo de

2%, para la cual todas las curvas muestran un comportamiento descendente hacia la costa. Lo descrito se asocia al ancho de la zona de rompiente, en el cual un valor mayor proporciona un mayor recorrido y con esto la posibilidad de estabilización de las alturas de ola si el perfil de fondo no presenta bruscas variaciones.

Hay literatura que plantea que la fricción con el fondo influye en las alturas de la ola desde antes de la rotura de esta (Pope y Lockhart 2002, GIOC 2006), trayendo como consecuencia una disminución en dicho parámetro, lo cual se explica a partir de la energía que debe consumir para vencer este obstáculo.

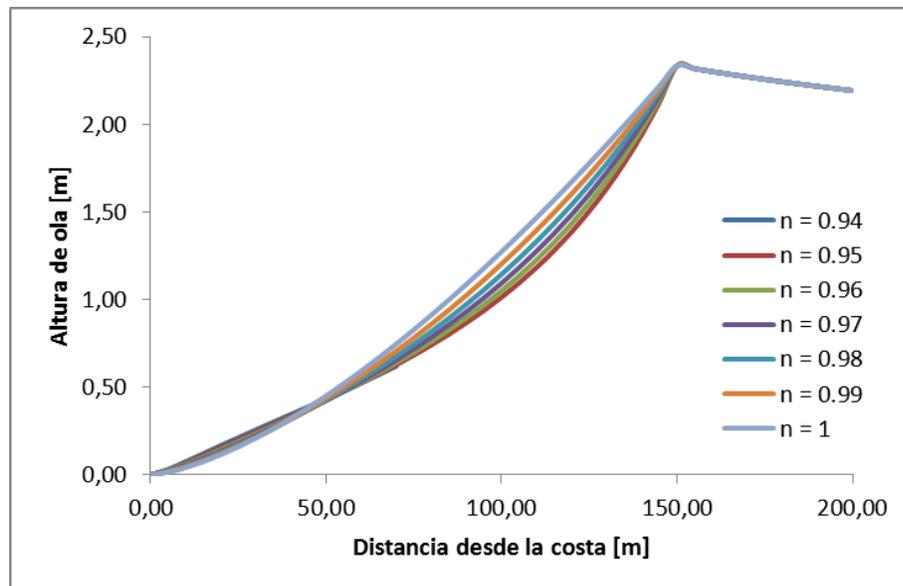


Figura 9. Efectos combinados para una pendiente de fondo del 2%.

Como el modelo en cuestión es capaz de simular este fenómeno, se muestra en la figura 10 la transformación del oleaje tomando en consideración el planteamiento anterior. En línea azul se representa una transformación del oleaje en la que la fricción ocurre después de la rotura, mientras que en línea roja la fricción se tiene en cuenta antes de este punto, razón por la cual la altura de la ola se hace menor y rompe mas próximo a la costa. Para ello, a la expresión en la que la variación de la altura de la ola en un punto depende del producto de la refracción (K_r), el asomeramiento (K_s) y la altura de la ola en aguas profundas H_o , ecuación (3), se multiplican los coeficientes K_p y K_L , quedando la ecuación (4).

$$H_i = K_r \cdot K_s \cdot H_o \quad (3)$$

$$H_i = K_p \cdot K_L \cdot K_r \cdot K_s \cdot H_o \quad (4)$$

En ella se aprecia que al considerar la fricción con el fondo desde antes de la rotura, según la forma en que el modelo es capaz de representar este fenómeno, la altura de la ola va disminuyendo antes del punto de rompiente, el cual se acerca a la costa.

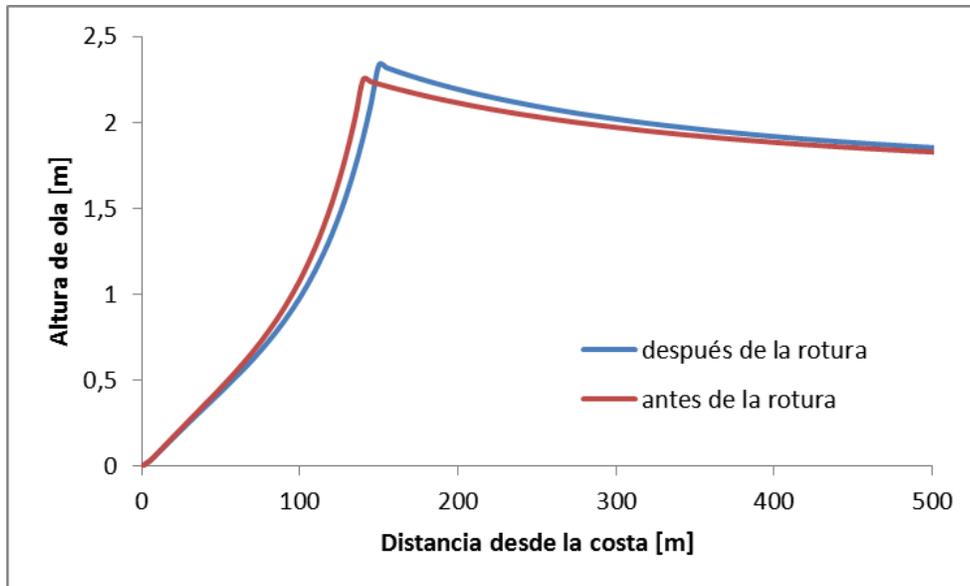


Figura 10. Efecto de la fricción de fondo respecto al punto de rompiente

Influencia de la irregularidad del perfil

Para comprobar la validez del modelo se considera un perfil de fondo irregular. El resultado es comparado con el arrojado por un modelo matemático de amplio uso internacional: SBEACH (Larson y Kraus 1989), el cual produce, entre otras salidas, la transformación del oleaje. En la figura 11 se muestra el perfil de trabajo, y en la figura 12 la transformación del oleaje por ambas vías.

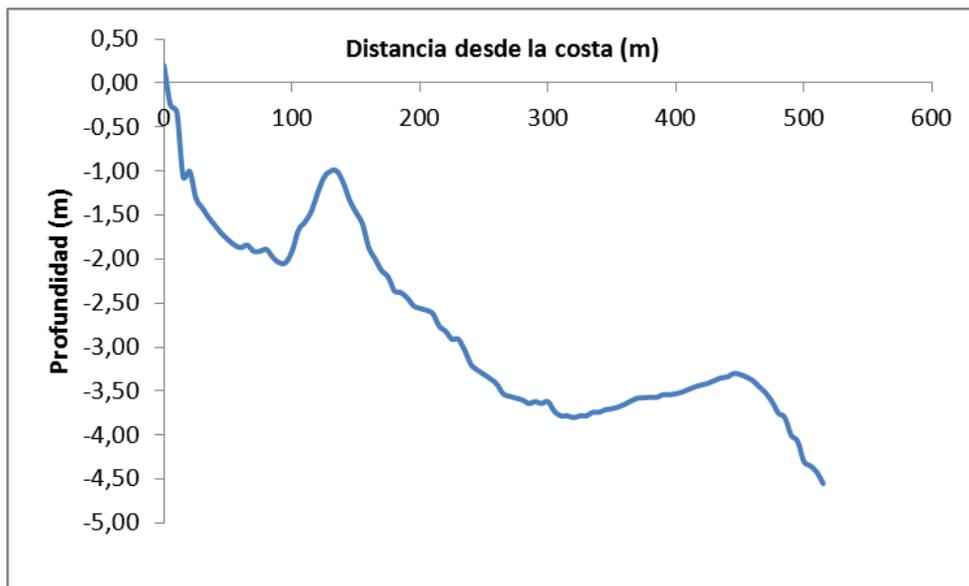


Figura 11. Perfil de estudio

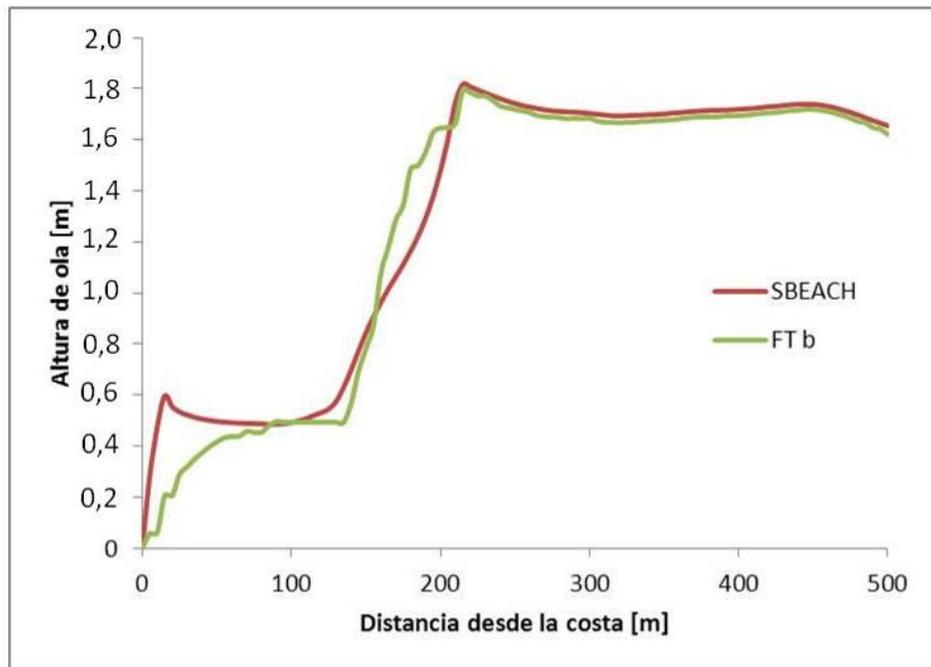


Figura 12. Transformación del oleaje. H=1.5m, T=9s

En la figura 12, se puede apreciar que en la mayor parte de la zona de rompientes existe una coincidencia aceptable, en el tramo intermedio es donde esto se hace más evidente, mientras que en las proximidades de la costa y cercano al punto de rompiente es donde se encuentran las mayores diferencias, pero en estos, al menos con respecto al último tramo mencionado, la tendencia es la misma. Por su parte, en las proximidades a la costa, por el modelo SBEACH se aprecia una recuperación en la altura de la ola, lo que corresponde a cómo el planteamiento del modelo matemático resalta determinados fenómenos en esta zona. El error absoluto en esta comparación es de 41 cm. En otras pruebas realizadas para el mismo perfil se lograron valores de este parámetro del orden de los 50 a 78 cm en correspondencia con la altura de la ola.

DEPENDENCIA CON EL NUMERO DE IRRIBARREN

El Número de Irribarren, ecuación (5), es una expresión matemática que relaciona parámetros de la ola y la playa con el tipo de rompiente, véase tabla 4.

$$\xi_o = \frac{\zeta}{\sqrt{H_o/L_o}} \quad (5)$$

donde: ξ_o es el Número de Irribarren en aguas profundas, ζ es la pendiente de la playa, H_o es la altura de la ola en aguas profundas y L_o es la longitud de la ola en aguas profundas.

Tabla 4. Tipo de rompiente según el Número de Irribarren

ξ_0	Tipo de Rompiente
<0,5	Continua
0,5 – 3,3	Rodante
3,3 – 5,0	Colapsante
>5,0	Ondulante

En este estudio, el experimento llevado a cabo ha estado dirigido a expresar el exponente n del modelo como una función del Número de Irribarren. Para ello se ha considerado el grupo de datos que se presenta en la tabla 5. Para un total de 75 pruebas.

Tabla 5. Juego de datos para el presente estudio

Símbolos	Variables	Valores
ζ	Pendientes de fondo [%]	3,3; 1,5 y 1,3
H	Altura de ola [m]	1; 2; 3,5; 5 y 7,5
T	Periodo de la ola [s]	6; 7,5; 9; 10,5 y 12
ε	Esbeltez [-]	0,004 – 0,134
ξ	Número de Irribarren [-]	0,036 – 0,495

Los valores de las variables presentadas son típicos para el entorno cubano. El rango de valores del Número de Irribarren corresponde solo a rompientes de tipo continua.

Como se explicó anteriormente el valor del exponente n puede encontrarse por tanteo, método empleado en cada una de las 75 pruebas (para cada pendiente hay 25 combinaciones de H y T), donde se consideran como referencia las mediciones de Horikawa y Kuo. A partir de esto, el resultado arrojado para cada una de las pruebas fue agrupado por clase, con un intervalo de 0,030 según el Número de Irribarren y el valor del exponente n asociado. En la tabla 6 se muestra el análisis de frecuencia correspondiente. Léase, en la fila 1, como que entre los valores del Número de Irribarren entre 0,033 y 0,063 hay 13 valores del exponente “ n ”, que establecen un promedio de 0,987.

De la misma puede verse que de los 15 intervalos de clase construidos, los tres primeros representan el 57,3 % del total, lo que evidentemente indica una distribución no uniforme, de la cual no se puede obtener una relación matemática directa por métodos numéricos. El valor promedio de “ n ” que representa a este porcentaje es 0,974, mientras que el valor promedio de toda la serie es 0,964. El valor de 0,99 presenta una frecuencia absoluta para toda la serie de 35, que equivale al 46,7 %.

Por otra parte, en otras pruebas realizadas con valores mayores del Número de Irribarren, ver tabla 7, no se apreció ninguna variación del exponente n .

Por lo que la suposición establecida anteriormente sobre una relación entre el exponente n y el Número de Irribarren no se sustenta científicamente.

Tabla 6. Análisis de frecuencias

Intervalo de clase		Marca de clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Valor Promedio de "n"
0,033	0,063	0,048	13	0,173	0,987
0,064	0,094	0,079	17	0,227	0,947
0,095	0,125	0,110	13	0,173	0,968
0,126	0,156	0,141	7	0,093	0,947
0,157	0,187	0,172	8	0,107	0,954
0,188	0,218	0,203	4	0,053	0,92
0,219	0,249	0,234	5	0,067	0,954
0,25	0,28	0,265	2	0,027	0,965
0,281	0,311	0,296	2	0,027	0,98
0,312	0,342	0,327	0	0,000	-
0,343	0,373	0,358	2	0,027	0,985
0,374	0,404	0,389	0	0,000	-
0,405	0,435	0,420	1	0,013	0,9
0,436	0,466	0,451	0	0,000	-
0,467	0,497	0,482	1	0,013	0,89

Tabla 7. Relación de n para valores de ξ mayores que 0,5

ζ	H	T	Lo	H/L	ξ	n
0,072	2	12,66	250,0	0,008	0,81	1
0,350	3	13,87	300	0,010	3,50	1
0,550	3	13,87	300	0,010	5,50	1

CONCLUSIONES

A partir de las pruebas realizadas para describir los fenómenos físicos asociados al oleaje que el modelo de Fernández y Torres simulan, así como la relación del exponente n con el Número de Iribarren, se puede afirmar que:

- Este modelo es capaz de representar la fricción con el fondo mediante las relaciones K_p y K_L y la disipación por rotura mediante el exponente n.
- Una variación en la distancia de 5 m entre puntos es un valor aconsejable para un resultado con precisión aceptable.
- Para un perfil con fondo irregular es capaz de simular la transformación del oleaje adecuadamente.
- No se puede establecer una relación directa entre el Número de Iribarren y el exponente n; para este se recomienda tomar valores entre 0,97 y 0,99.

REFERENCIAS

- Acuña Y.** (2011). “Análisis del coeficiente empírico “n” del modelo de Fernández y Torres para la transformación del oleaje”, Trabajo de Diploma, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae), La Habana.
- Fernández F. y Torres R.** (2009). “Transformación del oleaje en el interior de la zona de rompientes mediante modelos empíricos.”. Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Vol. XXX, No.1, pp. 48 – 52, CIH, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae). La Habana.
- Horikawa K. and Kuo, C.T.** (1966). “A study on wave transformation inside surf zone”, Ed. Tokyo, Tokyo.
- GIOC.** (2006). “Sistema de Modelado Costero”, Universidad de Cantabria, Reporte técnico M01-SMC, Cantabria, España, Junio.
- Larson M. and Kraus, N.** (1989). “SBEACH: Numerical Model for simulating storm-induced beach change”, U.S. Army Corps of Engineers, Technical Report CERC-89-9, Mississippi. USA, July.
- Pope J. and Lockhart J.** (2002). “Water wave mechanics”, U.S. Army Corps of Engineers, EM: 1110-2-1100, Mississippi, USA, April.