

## El nacimiento de la Hidrodinámica Teórica

**Dr. Félix Riaño Valle**

Profesor Titular. Vice-rectoría docente.

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae), La Habana.

email: [riano@tesla.cujae.edu.cu](mailto:riano@tesla.cujae.edu.cu)

### RESUMEN

El presente trabajo analiza los contextos en los cuales se desarrolló el nacimiento de la Hidrodinámica Teórica y los aportes de sus principales exponentes en el siglo XVIII. Se discute acerca del origen de uno de los principios más importantes de esta rama de la Mecánica de los Fluidos: el teorema de Bernoulli. Además, se reflexiona sobre los progresos científicos ocurridos en los siglos XVI y XVII, en particular los aportes de Isaac Newton. Define los aspectos fundamentales de la vida de los cuatro fundadores de esta disciplina científica: L. Euler, D. Bernoulli, J. L. D'Alembert y A. Clairaut.

**Palabras clave:** Bernoulli, Euler, hidrodinámica, historia, Newton.

## The Birth of Theoretical Hydrodynamics

### ABSTRACT

This paper aims to analyze not only the context in which the birth of Theoretical Hydrodynamics took place but also its XVIII- century main exponents' contributions. The origin of one of the most important principles of this branch of Fluid Mechanics: Bernoulli's theorem is discussed. Also considerations are made on the scientific progress occurring during the XVI and XVII centuries, making emphasis on Isaac Newton's contributions. The paper defines the most important aspects of the life of the four founding fathers of this science: L. Euler, D. Bernoulli, J. L. D'Alembert and A. Clairaut.

**Keywords:** Bernoulli, Euler, hydrodynamics, history, Newton.

## INTRODUCCIÓN

Acercarse a acontecimientos históricos ocurridos hace más de 250 años no es tarea fácil, sobre todo si se trata de aportes científicos que dieron lugar a la fundación de una de las ramas más importantes de la Mecánica de los Fluidos: la Hidrodinámica. Tanto se ha escrito sobre este tema que pareciera que todo está dicho.

Sin embargo, un análisis somero de los contenidos de algunos de los textos (Streeter et al. 2008, Mott 1994, Fox y McDonald 1992) más importante sobre la materia permite asegurar que, habitualmente:

- Aportes relevantes son erróneamente atribuidos y otros igualmente importantes no son reconocidos.
- En los estudios que se realizan de la hidrodinámica se omiten nombres de personalidades sobresalientes que contribuyeron decisivamente a sentar sus bases.
- Se dice poco acerca de la vida de los hombres y su contexto social.
- No se enfatiza lo suficiente en el contexto económico y científico en que los aportes se realizaron y sus precedentes.

No constituye interés de este trabajo la explicación conceptual de las formulaciones matemáticas que, en ocasiones, se utilizan. El objetivo es la discusión acerca del verdadero origen de uno de los principios más importantes de la hidrodinámica: el teorema de Bernoulli. La primordial intención es sacar a la luz asuntos poco divulgados de la vida y obra de Leonhard Euler, Daniel Bernoulli, Jean Le Rond D'Alembert y Alexis Claude Clairaut, considerados fundadores de la hidrodinámica (Rouse and Ince 1957). Es notable que, aun siendo la hidráulica una rama de la física, los cuatro eran matemáticos. Se destaca, principalmente, lo que tiene que ver con los aportes de cada uno al campo de la hidráulica. Además, se brindan elementos de los progresos científicos ocurridos en los siglos XVI y XVII, que crearon las condiciones para el surgimiento de la dinámica de los fluidos.

Los aportes de Isaac Newton se consideran decisivos para los estudios que aquí se abordan, brindándose algunos aspectos generales de la vida de este hombre y su trayectoria científica. El autor considera de vital importancia los estudios que realiza de las citas textuales del tratado *Hydrodynamica* de D. Bernoulli y de otros informes de la época referidos al tema, que aparecen en el libro *History of Hydraulics* de Hunter Rouse y Simon Ince (Rouse and Ince 1957). De igual manera los comentarios de los autores del mismo han sido de inestimable valor. Esa obra constituye un testimonio excepcional para los estudiosos de la hidráulica.

A partir de una amplia búsqueda bibliográfica sobre la vida y obra de las personalidades antes mencionadas, se sintetizaron los aspectos considerados más importantes. Para la comunidad académica y los profesionales que tienen que ver con la ingeniería hidráulica la información que se brinda, de manera resumida, propicia la divulgación de aspectos poco conocidos del desarrollo de la Mecánica de los Fluidos. En particular para los que, como el autor, se dedican a la enseñanza, tratar aspectos del contexto y de la vida de los hombres, contribuirá a una mejor comprensión y mayor motivación de las clases. Este ensayo pretende ser el primero de una serie donde se traten diferentes temas relacionados con la historia de la hidráulica.

## EL CONTEXTO CIENTÍFICO EN EL SIGLO XVII

En la historia de los aportes científicos nada es casual ni espontáneo, estos son la consecuencia inevitable de otros que le precedieron a lo largo del desarrollo de la humanidad. Todos son el resultado de un proceso de asimilación y perfeccionamiento del conocimiento acumulado en función de satisfacer las necesidades de la sociedad. Para comprender mejor los acontecimientos científicos relacionados con el origen de la hidrodinámica en el siglo XVIII es necesario, al menos sucintamente, conocer el estado del desarrollo de las ciencias durante el período precedente.

El siglo XVII está caracterizado por la continuación de la llamada revolución científica; una etapa, en el desarrollo de las ciencias, en la que nuevas ideas y conocimientos en física, astronomía, biología, medicina y química transformaron las visiones antiguas y medievales sobre la naturaleza y sentaron las bases de la ciencia moderna. Los criterios de los historiadores coinciden en que esta revolución se inició en Europa hacia el final de la época del Renacimiento y continuó a través del siglo XVII y XVIII con el movimiento cultural conocido como la Ilustración. La publicación en 1543 de dos obras que cambiarían el curso de la ciencia: *De revolutionibus orbium coelestium* (*Sobre el movimiento de las esferas celestiales*) de Nicolás Copérnico y *De humani corporis fabrica* (*De la estructura del cuerpo humano*) de Andreas Vesalius, son consideradas las iniciadores de esta revolución. El historiador y científico J. D. Bernal afirmó que “el renacimiento hizo posible una revolución científica que permitió a los eruditos ver el mundo bajo una luz diferente. La religión, la superstición y el miedo fueron reemplazados por la razón y el conocimiento”.

En los inicios de los años 1600, el desarrollo cultural aún era pobre. Europa, por ejemplo, contaba con un 70% de analfabetos. La enseñanza universitaria era incipiente, se estudiaba solo teología, derecho y medicina, lo cual explica por qué muchas veces los grandes genios de la época, al margen de que fueran físicos o matemáticos, eran graduados de alguna de estas carreras. El dominio de las matemáticas alcanzaba solo aspectos elementales de la aritmética, álgebra, geometría y la trigonometría, la aritmética era una herramienta con limitaciones por la falta de un sistema decimal de fracciones. La geometría era la más avanzada de las cuatro, a tal punto que los matemáticos fueron conocidos durante muchos años como geómetras. La trigonometría fue usada sobre todo en su relación con la astronomía y la predicción astrológica. Los planteamientos matemáticos tomaban forma de proporcionalidades y no de igualdades, limitando así las relaciones entre los fenómenos físicos y su expresión algebraica.

No obstante lo anterior, en la medida que el siglo avanza, el estado se interesa más por el desarrollo científico y comienzan a aparecer las organizaciones científicas con auspicio estatal. Así, en 1662 se funda la Real Sociedad de Londres y en 1666 se organiza la de París, las cuales van a jugar un papel importante en el intercambio y la divulgación de los conocimientos. De igual forma, se fundan publicaciones periódicas, tales como *Philosophical Transactions* (1665), en Londres y, en Francia, aparece el *Journal des Sçavans*. En Leipzig, durante 1682, Leibniz funda la revista *Acta Editorum* (Ribnikov 1987). Los métodos del razonamiento deductivo se imponen. La figura de Galileo y su teoría de la caída libre de los cuerpos proporcionan los principios elementales de la cinemática y los términos de velocidad, fuerza y movimiento pasan a ser muy conocidos. Uno de sus alumnos, Torricelli, enuncia en 1643 la ley de la caída libre de líquidos a través de orificios y construye el barómetro para la medición de la presión atmosférica.

A pesar de esto, los tres principios básicos de la dinámica – fuerza y aceleración, trabajo y energía y el impulso y variación de la cantidad de movimiento– no estaban aún desarrollados. Un grupo importante de científicos desempeñaron un papel decisivo en el cambio de esta situación. Por su importancia, merecen ser destacados: Marin Mersenne, que trabajó en temas matemáticos, físicos y de la astronomía, estudioso de la hidráulica, condujo experimentos sobre la hidrostática y la resistencia de los fluidos; René Descartes, filósofo, físico y matemático considerado el padre de la geometría analítica; Blaise Pascal, matemático, físico y filósofo francés, aunque vivió solo treinta y nueve años hizo aportes a la teoría de las probabilidades, construyó calculadoras mecánicas y estableció la ley de la presión hidrostática.

Otros como Christian Huygens, astrónomo, físico y matemático holandés, realizó aportes importantes a la mecánica, calculando la expresión exacta del valor de la fuerza centrífuga en el movimiento circular y precursor del principio de conservación de la energía. Por último aparece la figura cimera de este siglo y para muchos, uno de los más grandes científicos de todos los tiempos, Isaac Newton. Este nace en 1642, en Woolsthorpe, Inglaterra, y fallece en 1727 a los 85 años de edad en Londres.

La contribución de Newton para el estudio de la Mecánica de los Fluidos fue enorme y en distintos tópicos. Sus aportes en el campo de la matemática con la creación del cálculo diferencial e integral devino poderosa herramienta para el estudio de los fenómenos físicos y el establecimiento de su primera y segunda ley sentó las bases de la mecánica clásica. Realizó meticulosos experimentos sobre remolinos y planteó la ley de la viscosidad de los fluidos. Estableció, además, el principio general de la semejanza dinámica entre modelo y prototipo. Fue respetado durante toda su vida como ningún otro científico, y prueba de ello fueron los diversos cargos y reconocimientos con que se le honró. Sus últimos años se vieron ensombrecidos por la lamentable polémica, de alcance internacional, con Leibniz, debido a la autoría del cálculo diferencial e integral. Los historiadores de la ciencia consideran que ambos desarrollaron el cálculo independientemente, si bien la notación de Leibniz era mejor mientras que la formulación de Newton se ajustaba más a problemas prácticos.

La gran obra newtoniana culminaba la revolución científica iniciada por Nicolás Copérnico (1473-1543) e inauguraba un período de confianza en la razón y en todos los campos del conocimiento. Su planteamiento teórico conceptual, el uso de las matemáticas y las leyes físicas que creó, fueron, y siguen siendo, los elementos principales en el estudio de la Mecánica de los Fluidos. La inmensidad de su obra no le impidió reconocer la grandeza de los que le precedieron y con la modestia propia de los grandes hombres expresó: *“If I have seen farther is because I have stood on the shoulders of giants”* (Rouse 1957). (“Si pude ver más lejos es porque me apoyé en hombros de gigantes”).

En resumen se puede asegurar que el siglo XVII fue un período de importantes descubrimientos científicos acompañado de desarrollos teóricos y experimentales, sobre todo, porque la forma en que los científicos trabajaban cambió radicalmente. De esta manera se sientan las bases del avance científico de la siguiente centuria, abriéndose el camino para el nacimiento de la hidrodinámica teórica.

## **LA HIDRODINAMICA TEÓRICA EN EL SIGLO XVIII**

En el siglo XVIII, Europa es el escenario de profundas transformaciones en la sociedad, con el triunfo del modo de producción capitalista. Como consecuencia de esto ocurren cambios radicales en el pensamiento social, político y científico. En su segunda mitad se inicia la Revolución Industrial, con nuevos retos para la ciencia. En varios países de Europa, principalmente en Francia e Inglaterra, aparece un fuerte movimiento cultural dirigido a combatir la ignorancia y la superstición mediante la razón. Este movimiento conocido como la Ilustración, hizo que el siglo XVIII se conociera como el Siglo de las Luces.

En estas condiciones, nacen cuatro lúcidos investigadores que fueron capaces de asimilar, desarrollar y aplicar los nuevos conocimientos al campo de los fluidos: Daniel Bernoulli (1700-1782) y Leonhard Euler (1707-1783), suizos; Jean le Rond D'Alembert (1717-1783) y Alexis Claude Clairaut (1713-1765) los dos franceses. Es significativo apuntar que los análisis se realizaron considerando fluido ideal, sin dudas una simplificación que facilitaba la solución matemática de los problemas pero que la alejaba de alcanzar resultados reales. Esta simplificación caracterizó lo que en su época Bernoulli llamó hidrodinámica, que aún hoy, es aceptada cuando se habla del término. La existencia de las pérdidas por fricción en el movimiento de los fluidos, eran reconocidas desde hacía mucho tiempo, pero no estaban completamente estudiadas. Faltaban aún muchos años para que otros estudios experimentales trataran y dieran soluciones, al menos aproximadas, a ese complicado problema. A continuación se presenta una breve reseña de la vida y obra de cada uno de los científicos antes mencionados, destacando sus aportes en el campo de la hidráulica.

### **DANIEL BERNOULLI**

Daniel Bernoulli (1700–1782) nació en el seno de una familia de eminentes matemáticos y físicos suizos procedentes de la ciudad de Basilea, que irrumpió en el mundo científico a finales del siglo XVII. No menos de 120 miembros entre los descendientes de los matemáticos Bernoulli han sido identificados genealógicamente, y de esta considerable descendencia la mayoría alcanzó posición distinguida, algunas veces eminente, en las leyes, profesorado, ciencia, literatura, administración y artes. Ninguno fracasó (Barros y Bravo 2001). La historia recoge unos diez matemáticos brillantes pero de ellos los que más se distinguieron y los más conocidos en la actualidad son Jacob, su hermano Johann y el hijo de este último, Daniel.

En esta época la matemática no era una profesión y muchos se dedicaban a la enseñanza para ganarse la vida. Un ejemplo de esto es el caso de Johann, padre de Daniel, maestro del marqués francés L'Hopital, hombre adinerado, con un talento científico limitado que dependía en todo de Johann, quien le ayudaba en problemas matemáticos. A cambio L'Hopital se encargaba de ayudarlo económicamente. Se ha demostrado que el famoso teorema que hoy lleva su nombre fue en realidad un aporte de Johann Bernoulli (Martín 2012).

Daniel nació en Groninga un 8 de febrero (algunos autores afirman que fue el 29 de enero) y dio sus primeros pasos bajo la tutela de su padre, que siempre trató que se dedicara al mundo de los negocios. No obstante, a los once años, guiado por una fuerte inclinación por las matemáticas, comenzó a estudiar geometría con su hermano Nikolaus. Desarrolló su niñez en un ambiente de relaciones familiares deplorables y difíciles. El apellido Bernoulli está asociado con intrigas y hostilidad profunda entre sus miembros, con constantes peleas públicas por reclamos de la autoría

en los trabajos a los que estaban dedicados. Tal vez el ejemplo más fehaciente y famoso de estas rivalidades fue la que sostuvo Johann con su hijo Daniel cuando este aspiró al mismo premio que su padre. La disputa llegó a un extremo tal que lo echó de la casa y también publicó el libro *Hydraulica* en el que trató de atribuirse los descubrimientos de su hijo en esta materia. Este incidente causó en el joven un estado depresivo que lo afectó toda la vida.

Daniel comienza a alcanzar fama a los 23 años. Ya graduado de médico gana la competición anual que patrocinaba la Academia de las Ciencias de Francia. Fue matemático, estadístico, físico y médico. Se destacó no sólo en matemática pura, sino también en las llamadas aplicadas. Hizo importantes contribuciones en hidrodinámica y elasticidad. Christian Goldbach, matemático prusiano con el que mantenía correspondencia sobre distintos temas de interés científico, impresionado por el nivel de Bernoulli, decidió publicar sus cartas, las cuales llegaron a toda Europa.

Catalina I de Rusia lo invita a ser profesor en la recién fundada Academia de Ciencias de San Petersburgo y trabaja en la cátedra de Física. Como dato curioso en ese tiempo comparte piso con Euler, que había llegado a la Academia recomendado por el propio Daniel al que ya conocía por ser un alumno aventajado de su padre en la Universidad de Basilea. Estuvo ocho años en esta ciudad y su labor fue muy reconocida.

El año 1738 es trascendental en la obra de Daniel Bernoulli: ve la luz su tratado de *Hydrodynamica*, donde aparecen las ideas generales de lo que más tarde sería conocido como el Principio de Bernoulli. Hizo importantes contribuciones a la teoría de probabilidades, publicando 86 trabajos, con los cuales ganó 10 premios de la Academia de Ciencias de París, sólo superado por Euler que ganó 12.

El nombre de Daniel Bernoulli está estrechamente vinculado con la palabra “hidrodinámica” pues fue quien comenzó a usarla para referirse a varios temas de la hidrostática y la hidráulica. Según D’Alembert, la hidrodinámica no difiere de la hidráulica; sin embargo, él fue el primero en plantear las leyes del movimiento de los fluidos basado en principios lógicos y coherentes, lo cual no había hecho nunca antes ningún estudioso de la hidráulica.

Los contenidos de su *Hydrodynamica* no son diferentes de los que se tratan en cualquier texto de hidráulica tradicional, al menos según el índice de contenidos. No obstante, el tratamiento dado considera al fluido como un conjunto de minúsculas partículas que ejercen presión unas con otras y contra las paredes del recipiente (Rouse and Ince 1957). Más adelante, señala Rouse, sobre el contenido del tratado: “Any one seeking there in the first explicit formulation of so called Bernoulli equation would seek in vain” (Rouse and Ince 1957). Es decir no existe en su contenido una formulación explícita del teorema que hoy lleva su nombre.

Es de gran interés para los conocedores de la hidráulica estar al tanto del verdadero origen de lo que todos identificamos como el teorema de Bernoulli. En su libro ya mencionado, en el capítulo con el título *Hydraulico – Statics*, da una versión de su teorema como sigue: “To calculate the action of water in a general manner, one designates by “ $v$ ” the velocity of the water at a place and time for which one wishes to know that action, if one assumes that the velocity corresponds to the height “ $b$ ”, the pressure of the water will be “ $a - b$ ” (Rouse and Ince 1957).

En el esquema de su demostración “*a*” corresponde a la altura del agua en un tanque de carga constante sobre el eje de una tubería conectada horizontalmente en el fondo de éste y la velocidad “*v*” es la de un punto en dicho eje. Debe recordarse que en este caso la altura del nivel del agua sobre el eje de la tubería es la energía total que posee cualquier partícula de agua en el tanque y si “*b*” es la altura debida a la velocidad, lo que se conoce como carga a velocidad y no se consideran las pérdidas, entonces la carga debida a la presión será “*a – b*”. De esta forma lo enunciado expresa la interacción entre la velocidad y la presión, sistematizándolos.

Como se dijo antes, en ningún momento Bernoulli plantea que la suma de los tres tipos de energía es constante y como bien dice D’Alembert, esa conclusión pudiera obtenerse solo por inducción (Rouse and Ince 1957). En estos planteamientos Bernoulli utiliza la ecuación de continuidad y da elementos de lo que hoy conocemos como golpe de ariete al abrir y cerrar súbitamente el extremo de la tubería y considerar los cambios de presión que se originan.

Los aportes de este científico al estudio de la hidráulica son inmensos y todos planteados con la impronta de un genio. Fue el primero en usar el piezómetro abierto para calcular la presión, presentó soluciones a la forma de la superficie del agua en recipientes en rotación y acelerado, generalizó el problema presentado por Newton de la oscilación del agua en vasos comunicantes y fue el primero en tratar el problema de la estabilización gradual del flujo en largas tuberías. Hay que destacar también que en su libro *Hydrodynamica* presenta la primera formulación de la Teoría Cinética de los Gases, aspecto fundamental de la física moderna. Reconoció la existencia de las pérdidas de carga y por tanto el carácter aproximado de sus conclusiones.

Nadie puede decir cómo y cuando se le atribuyó a Daniel Bernoulli la autoría de lo que hoy conocemos como el teorema que lleva su nombre, lo cierto es que después de 250 años sería una quimera tratar de que esto cambie. En este caso parafraseando el refrán popular habría que decir que una verdad a medias repetida muchas veces termina siendo verdad. Es tal lo arraigado del nombre del teorema en cuestión entre toda la comunidad vinculada con la hidráulica que ya nadie podrá llamarlo de otra forma. Tanto es así, que autores reconocidos (Pérez Franco 1971) al hacer los análisis de las ecuaciones de Euler del movimiento de los fluidos llegan a la ecuación (1),

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + h = K \quad (1)$$

sin que se cuestione la autoría de la expresión. Sin embargo, es necesario no pecar de ignorancia y divulgar la verdad. Al final de sus días Daniel Bernoulli ordenó construir una pensión para refugio de estudiantes sin recursos. Murió el 17 de marzo de 1782 de un paro cardiorespiratorio. Nunca se casó ni dejó descendientes.

## LEONHARD EULER

Tal vez el más importante de los fundadores de la hidrodinámica fue Leonhard Euler. Es muy difícil resumir en unas pocas páginas los aspectos de la vida y la obra de una personalidad considerada el principal matemático del siglo XVIII y uno de los más grandes y prolíficos de todos los tiempos. Una afirmación atribuida a Pierre Simon Laplace expresa la influencia de Euler en los matemáticos posteriores: “Lean a Euler, lean a Euler, él es el maestro de todos

nosotros”. Nació en Basilea, Suiza, en 1707 y falleció en Rusia en 1783. En sus primeros años estudió teología pues aspiraba a ser pastor al igual que su padre.

Las facultades que desde temprana edad demostró para las matemáticas pronto le ganaron la estima del patriarca de los Bernoulli, Johann, uno de los más eminentes matemáticos de su tiempo y profesor de Euler en la Universidad de Basilea. A los 17 años se graduó de doctor, alcanzando gran reconocimiento con un discurso probatorio que era una comparación entre los sistemas cartesiano y newtoniano. Ya en ese momento el joven Euler había recibido una educación muy amplia y al estudio de la matemática se unió la teología, la medicina, la astronomía y la física. Además, tenía una extraordinaria facilidad para los idiomas, como podía esperarse, en parte a causa de su origen suizo. Esto constituyó una gran ventaja para él, debido a la relativa frecuencia con que viajaban los matemáticos de un país a otro. Normalmente escribía en latín y también en francés, a pesar de que su lengua materna era el alemán.

A pesar de que termina brillantemente sus estudios universitarios, no encuentra trabajo al no lograr una plaza de profesor de física que estaba vacante en la universidad de Basilea. Desencantado por esta situación, en 1727 acepta una invitación de Catalina I de Rusia para convertirse en asociado de la Academia de Ciencias de Petersburgo, recién creada, y parte hacia esa ciudad a encontrarse con sus amigos Daniel y Nicolás Bernoulli que por aquella época se encontraban trabajando allí.

En 1734 a los 27 años se casa con Katharina Gsell con la que tiene trece hijos, si bien solo cinco sobrevivieron hasta la adultez (Martínez 2008). Dotado de una memoria prodigiosa, era capaz de recitar toda la Eneida y se sabía de memoria hasta la sexta potencia de los primeros 100 números primos. Los trabajos científicos de Euler abarcan prácticamente todas las matemáticas contemporáneas a él. En todas las ramas hizo descubrimientos notables, que lo situaron en primer lugar en el mundo. Era un hombre dotado de un altísimo poder de concentración. En su actividad científica la práctica fue su guía indispensable y gran parte de sus trabajos están dedicados a la matemática aplicada, la física, la hidráulica, las máquinas hidráulicas y la mecánica, entre otros.

Los problemas con la vista lo persiguieron toda su vida. En el año 1735 sufrió una fiebre casi fatal, y tres años después de dicho acontecimiento, con solo 31 años, quedó casi ciego de su ojo derecho en época de un intenso trabajo sobre la realización de un mapa geográfico de Rusia. Pero su actividad científica crecía. Se cuenta que él mismo decía que su lápiz parecía sobrepasarlo en inteligencia, por la gran facilidad con que fluían de él las memorias unas tras otras. No obstante los altos reconocimientos recibidos, no fue engreído y escribió con la misma naturalidad obras de todos los niveles, incluidos textos para ser usados en las escuelas rusas.

Durante catorce años Euler permanece en San Petersburgo, hasta que, por invitación de Federico el Grande y por vivir en un ambiente político muy tenso, se traslada a la Academia de Berlín. Allí permaneció durante veinticinco años pero a lo largo de este período mantuvo las relaciones de trabajo con la Academia de Petersburgo enviando numerosos artículos, al mismo tiempo que a la Academia Prusiana. Su madre viuda vivió también en Berlín durante once años, recibiendo los cuidados de su hijo y disfrutando del placer de verle universalmente estimado y admirado.

En 1766 regresó a la ciudad rusa donde vivió el resto de sus días y fue allí donde se quedó completamente ciego. Pese a su desgracia fue animoso y alegre, lo apacible de su ánimo, la moderación y su sencillez fueron sus características. A continuación se relacionan sus aportes más relevantes relacionados con la práctica de la ingeniería hidráulica:

- En hidrodinámica estudió el flujo de un fluido ideal, incompresible, en régimen permanente, detallando las llamadas Ecuaciones de Euler del movimiento de los fluidos, estableciendo de manera precisa, lo que se dio en llamar posteriormente teorema de Bernoulli.
- Fue el primero que explicó el papel de la presión en el flujo de un fluido.
- Introdujo el concepto de cavitación.
- Se le atribuye el concepto de potencial de velocidad, fundamental para describir el comportamiento del flujo.
- Demostró la ecuación básica que define el funcionamiento de las máquinas hidráulicas a reacción (bombas y turbinas), conocida como carga teórica de Euler.

Durante casi medio siglo después de su muerte continuaron apareciendo obras inéditas de Euler en las publicaciones de la Academia de San Petersburgo. Una lista bibliográfica de las obras conocidas de Euler, incluidas las póstumas, contiene 886 trabajos (Martínez 2008). A lo largo de su vida la investigación matemática vino a suponer una producción de unas 800 páginas anuales en promedio; ningún matemático ha superado jamás la producción de este hombre.

Los últimos diecisiete años padeció de una ceguera total. Ni siquiera esta tragedia consiguió interrumpir sus investigaciones y publicaciones, que continuó al mismo ritmo e incluso mayor hasta 1783, en que, a la edad de setenta y seis años, murió de una manera casi repentina mientras tomaba el té y jugaba con uno de sus nietos. Por la importancia que tienen, a los efectos de los objetivos de este estudio, se analizan los trabajos de Euler en el campo de la hidrodinámica, a continuación con mayor detalle.

En 1755 comienzan a aparecer continuamente los trabajos de Euler sobre el movimiento de los fluidos. Considera de forma más concreta la estructura interna de los fluidos reconociendo solamente las propiedades isotrópicas de la presión y la conservación de su masa. La demostración exacta de lo que se conoce como teorema de Bernoulli fue planteada por Euler para fluido ideal, incompresible y régimen permanente.

Su genialidad fue haber comprendido por completo la obra de Newton, plasmándola en un lenguaje elegante y preciso. Estudió el movimiento del fluido bajo las fuerzas externas según los componentes P, Q, R por unidad de masa, cada una en función de las coordenadas del espacio y el tiempo, considerando acertadamente la presión isotrópica como una función que lo es sólo del espacio. Estas componentes de las fuerzas externas las aplicó a las caras de un elemento cúbico igualando las expresiones a las correspondientes componentes de la aceleración, llegando así a las ecuaciones del movimiento de Euler (Rouse and Ince 1957).

$$P - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz} \quad (2)$$

$$Q - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} = \frac{dv}{dt} + u \frac{dv}{dx} + v \frac{dv}{dy} + w \frac{dv}{dz} \quad (3)$$

$$R - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} = \frac{dw}{dt} + u \frac{dw}{dx} + v \frac{dw}{dy} + w \frac{dw}{dz} \quad (4)$$

Para llegar al llamado teorema de Bernoulli, estableció que eran diferenciales exactas las cantidades  $(P dx + Q dy + R dz)$  y  $(u dx + v dy + w dz)$ . Las primeras eran las establecidas por Clairaut para condiciones de gravedad y las segundas son conocidas hoy como requerimiento del flujo irrotacional.

Euler de igual forma demuestra que las tres ecuaciones podrían ser combinadas y analizadas como una sola relación a lo largo de una línea de corriente, llegando así de manera definitiva, luego de las adecuaciones a la nomenclatura actual, a la relación comúnmente atribuida a Bernoulli:

$$v^2/2g + p/\gamma + h = \text{constante} \quad (5)$$

Relación que cuando se plantea entre los puntos 1 y 2, de una línea de corriente, queda:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + h_2 \quad (6)$$

De esta manera Euler llega magistralmente a la Ecuación de Conservación de la Energía. Es necesario señalar que si bien es cierto que fue Euler quien finalmente estableció este principio, hay que decir que en este resultado fueron decisivas las contribuciones de Bernoulli, D'Alembert y Clairaut.

### **JEAN LE ROND D'ALEMBERT**

Otro de los científicos fundadores de la Hidrodinámica fue Jean le Rond D'Alembert. Nació en París en 1717 y falleció en 1783. Fue matemático, filósofo y enciclopedista francés, uno de los máximos exponentes del movimiento ilustrado que se origina en Francia durante todo el siglo XVIII.

Hijo ilegítimo de Madame de Tencin y del caballero Destouches, D'Alembert, recién nacido, fue abandonado en la puerta de la iglesia de Saint-Jean-le Rond (de ahí su nombre). Fue recogido luego por Madame Rousseau, mujer de pocos recursos, la cual se ocupó de su crianza. D'Alembert, que en un principio se hizo llamar Darenberg, nunca fue reconocido por sus padres, pero Destouches sufragó secretamente los gastos de su educación, que fue tan selecta como la de cualquier hijo de la nobleza.

A los 18 años consiguió el título de bachiller en artes, después de varios años de estudio en una escuela jansenista. Tras dos años de estudiar Derecho, empezó a cursar la carrera de Medicina, que pronto abandonó.

La gran pasión de D'Alembert fueron las matemáticas, que había aprendido en forma prácticamente autodidacta en 1739. Presentó su primer trabajo en la prestigiosa Academia de Ciencias de París. Dos años después, con tan solo 24 años de edad, fue elegido miembro de esa organización.

En 1743 publicó su *Tratado de dinámica*, considerada su obra maestra, en que formula el conocido principio de D'Alembert, que confirma la existencia de la inercia en un punto material, como reacción ejercida por ese punto frente a las fuerzas que actúan sobre él. Con ella, el joven alcanza de inmediato prestigio en toda Europa como uno de los pensadores científicos más reputados. Lagrange afirmará que ese tratado “reduce la estática a la dinámica”.

Fue un estudioso de la teoría de la resistencia de los fluidos y en 1750 optó por un premio convocado por la Academia de Berlín, pero el otorgamiento fue retenido hasta tanto los participantes presentaran pruebas experimentales que apoyaran sus soluciones. D'Alembert no creyó posible presentar estas evidencias pero ese trabajo fue la base de su segundo tratado sobre movimiento de los fluidos publicado en 1752 y titulado *Ensayo de una nueva teoría sobre la resistencia de los fluidos* (Rouse and Ince 1957).

D'Alembert siguió elaborando nuevas investigaciones en el campo de la física matemática, entre ellos el titulado *Tratado del equilibrio y del movimiento de los fluidos*. Introdujo el concepto de componentes de la velocidad y la aceleración y la expresión de la ecuación de continuidad en forma diferencial. Se le atribuye también el concepto de función corriente, de vital importancia para describir el comportamiento del flujo.

En uno de sus artículos sobre hidrodinámica mantuvo discrepancias con Bernoulli acerca de la presión que ejerce el fluido sobre las paredes de la tubería. Bernoulli proclamó que había demostrado teórica y experimentalmente que la presión podía llegar a ser negativa si la velocidad se incrementaba localmente lo suficiente. D'Alembert por su parte sostenía que la presión siempre era positiva y que en una situación dada el agua podría ser discontinua. Euler, al ser consultado sobre el asunto, sentenció con un poco de astucia que ambos tenían razón porque uno estaba considerando presiones relativas y el otro presiones absolutas.

Es célebre por crear —con Diderot— *L'Encyclopédie* y por su labor en el campo de las matemáticas, relativo a las ecuaciones diferenciales y a las derivadas parciales. En 1772 se le nombró secretario perpetuo de la Academia Francesa.

Murió en París en 1783, cuando ya gozaba de la reputación de ser uno de los pensadores más eminentes de la ilustración francesa. Se le enterró modestamente. Condorcet, amigo y sucesor suyo, acompañó su cortejo fúnebre; además lo elogió en la Academia, pues había recibido ese puesto de manos de D'Alembert.

### **ALEXIS CLAUDE CLAIRAUT**

Clairaut, es el último de los considerados por Hunter Rouse como fundador de la Hidrodinámica. Nació en París en 1713 y murió en 1765. Fue el único sobreviviente de los veinte hijos de su madre. Era matemático y astrónomo. Fue niño prodigio y uno de los matemáticos más precoces de todos los tiempos. Se cuenta que a los diez años ya leía libros acerca de cónicas y

cálculo infinitesimal. Es curioso que su hermano menor, de nombre desconocido, fuera también un genio precoz, pero murió prematuramente en 1732.

A los 12 años escribió un desarrollo sobre cuatro curvas geométricas y llegó a alcanzar tal progreso en el tema (bajo la tutela de su padre que también era matemático) que, a la edad de 13 años, leyó ante la Academia francesa un resumen de las propiedades de las cuatro curvas que había descubierto. Tres años más tarde, completó un tratado sobre curvas de doble curvatura, *Recherches sur les courbes a double courbure*, que le valió su admisión a la Academia de Ciencias Francesa tras su publicación en 1731, a pesar de que aún no contaba con la mínima edad legal de 18 años para ser admitido, convirtiéndose así, en la persona más joven en ingresar a la Academia. Era, junto a otros científicos importantes de la época, defensor de las ideas de Isaac Newton (cuya obra ayudó a traducir). Sus estudios en esta etapa se centraron en el análisis matemático.

Clairaut se relacionó con muchos de los científicos de su época entre los que se encuentran, Maupertuis, Johann Bernoulli, Samuel Konig, D'Alembert y Euler. Con ellos mantuvo una activa comunicación. Realizó importantes aportes al cálculo diferencial e integral, de ellas, las conocidas como *ecuaciones de Clairaut*. En 1742 publicó un estudio de dinámica. Formuló la ecuación del movimiento de fluidos en rotación.

Entre abril de 1736 y agosto de 1737, junto con Maupertuis y otros científicos como Anders Celsius y Pierre-Charles Lemonnier, tomó parte en la expedición organizada por la Academia de Ciencias que marchó a Laponia para medir la longitud de un arco de meridiano. Publicó en 1743 *Teoría de la figura de la Tierra* donde confirmó la teoría newtoniana de que la Tierra era achatada por los polos. El libro fue un estudio teórico de apoyo a los datos experimentales sobre la forma de la Tierra reunidos durante la expedición. El libro es de gran importancia pues muestra las bases para el estudio de la hidrostática.

Hizo uso del concepto de trabajo y multiplicó las tres componentes de la fuerza gravitacional (por unidad de masa) P, Q, y R por las proyecciones dx, dy, dz, estableciendo que la suma  $Pdx + Qdy + Rdz$  era una diferencial exacta, la cual fue tomada por Euler para la demostración de sus ecuaciones del movimiento a las que se hizo referencia anteriormente.

Otra de sus grandes cualidades era la de ser un gran pedagogo. En 1746 escribió *Elementos de Algebra* de influencia notable en la enseñanza superior francesa, dotado de un estilo didáctico que evita las demostraciones rigurosas buscando despertar la intuición y la curiosidad del lector. Ganó en dos ocasiones el premio de la Academia de San Petersburgo por sus estudios *Teoría sobre la Luna* (1752) y por la *Teoría sobre el movimiento de los cometas* (1762).

Sostuvo enconadas disputas con algunos de los científicos más notables de la época, siendo la más conocida la que sostuvo con D'Alembert. Su temprano fallecimiento, con sólo 52 años de edad, se atribuye en parte a la pérdida de salud causada por su creciente popularidad y su excesiva afición a los placeres materiales. Esto le hizo llevar una vida agitada que le provocó que la salud se deteriorara, provocándole la muerte en 1765. Perteneció a las principales academias científicas de la época, entre ellas, las de Bolonia, Londres, Berlín, Uppsala y París (Gómez S/F).

Como comentario final, es bueno decir que durante el siglo XVIII aparecieron también cuidadosos trabajos experimentales dirigidos, principalmente, al cálculo de las pérdidas de carga. El veneciano Giovanni Poleni, el inglés John Smeaton y la escuela francesa, en particular Henri de Pitot, Antoine Chézy, Jean Charles de Borda, Charles Bossut y Pierre Louis George DuBuat son ejemplos de ellos. Esto podrá ser el contenido de un trabajo futuro.

## CONCLUSIONES

- La forma en que aparece hoy en la literatura especializada la llamada ecuación de Bernoulli no es la que originalmente aparece en su *Tratado Hydrodynamica* publicado en 1738. Su aporte, en este sentido, fue establecer la relación entre presión y velocidad. Nunca planteó que la suma de las tres formas de energía fuera constante.
- La ecuación atribuida a Daniel Bernoulli en los términos como hoy se conoce fue realmente concluida por Leonhard Euler en sus trabajos sobre el tema en 1755, logrando una aplicación precisa de las leyes de Newton al movimiento de los fluidos.
- La fundación de la Hidrodinámica tuvo dos figuras cimeras, Euler y Bernoulli, sin embargo Alexis Claude Clairaut y Jean Le Rond D'Alembert, fueron también pilares en el desarrollo de esta ciencia con aportes sobresalientes.
- Se corrobora que los aportes científicos se comportan como eslabones de una gran cadena en los cuales uno no puede existir sin el anterior. Sin los aportes de Newton y de tantos otros que le precedieron, no hubiera sido posible establecer los principios generales del movimiento de los fluidos.

## REFERENCIAS

- Barros P. y Bravo A.** (2001). “Los Bernoulli”. Extraído de <http://www.librosmaravillosos.com/> en noviembre 2013.
- Fox R. y McDonald A.** (1992). “Introducción a la Mecánica de los Fluidos”, 4ta. Edición, Mc Graw Hill, México.
- Gómez B.** (S/F). “Clairaut Alexis – Claude”. Extraído de <http://www.mcnbiografias.com> en enero 2014.
- Martín D.** (2012) “La regla de L'Hopital o de Johann Bernoulli”. Extraído de <http://www.laaventuradelaciencia.blogspot.com/la-regla-de-lhopital-o-la-regla-de> en noviembre de 2013.
- Martínez R.** (2008) “Biografía de Euler”. Extraído de <http://www.sauce.pnbc.mec.es/> en diciembre de 2013.
- Mott R.** (1994). “Mecánica de Fluidos Aplicada”, 4ta Edición. Universidad de Dayton. Prentice-Hall – Hispanoamericana S. A. Naucalpan de Juárez, México
- Pérez Franco D.** (1971). “Introducción a la Hidrodinámica”. Ingeniería Hidráulica, Serie 10, No. 6, pp 16 – 18. Universidad de la Habana.
- Ríbnikov K.** (1987). “Historia de las matemáticas”. Editorial Mir. Moscú.
- Rouse H. and Ince S.** (1957). “History of hydraulics”. Iowa Institute of Hydraulic Research. State University of Iowa. Iowa. USA.
- Streeter V., Benjamin E. and Bedford K.** (2008). “Mecánica de los Fluidos”, Novena Edición, Editorial Félix Varela, La Habana.