

Determinación de las condiciones de equilibrio de una playa mediante un modelo matemático

INTRODUCCIÓN

El siglo XX ha sido testigo de una explosión demográfica sin precedentes y de una revolución en las formas de vida y de trabajo, que de forma conjunta han potenciado y renovado los usos de las zonas litorales. Las playas, en el contexto antes mencionado, constituyen por lo general los elementos más valorados de la costa, lo que ha originado que sean receptoras de un sinnúmero de actuaciones y agresiones, que han generado importantes problemas de gestión en esta franja del territorio. Es, por tanto, imprescindible, aumentar los conocimientos científicos existentes sobre estos ámbitos del litoral para así poder evaluar los costos y beneficios, a corto y largo plazo, de cada intervención.

Un rápido repaso a la evolución de los conocimientos sobre morfodinámica de playas nos conduce a un camino con dos vías paralelas, una inductiva basada en conceptos de equilibrio y otra deductiva basada en los procesos litorales (dinámicas y transporte de sedimentos). El concepto de *perfil de equilibrio* se define como: *Una playa con un tamaño de grano determinado, expuesta a unas condiciones constantes de oleaje, desarrollará una forma del perfil que no presentará ningún cambio neto con el tiempo.*

Existen muchas representaciones matemáticas de los perfiles de equilibrio, algunas son expresiones simples que aproximan las formas del perfil a curvas que no tienen una relación clara con fenómenos oceanográficos o de conformación granulométrica de las playas y otras expresiones poseen una mayor complejidad que incluyen implícita o explícitamente fenómenos oceanográficos de transferencia de energía y conformación física y mineral de los lechos (Bernabeu et al. 2002³, Anfuso y Ruíz, 2004¹).

Resumen / Abstract

En el presente trabajo se muestra un modelo numérico que permite calcular las condiciones de oleaje de equilibrio para una playa a partir de un perfil dado basado en el concepto del "perfil de equilibrio", calculando de esta forma la altura de ola de equilibrio (H_{eq}), la longitud de la ola de equilibrio (L_{eq}) y el setup o setdown de equilibrio (Seq). Con los valores calculados de estas variables se obtiene cuáles serán las condiciones que deben de existir en aguas profundas para que se mantengan las condiciones de equilibrio existentes en la playa. El algoritmo numérico propuesto fue desarrollado en el asistente matemático MATLAB.

Palabras Claves: *Perfil de equilibrio, altura de ola, longitud de la ola, setup o setdown, profundidad de cierre, velocidad de caída.*

In this work a numerical model is shown which calculates the equilibrium surf conditions for a beach with a given profile based on the concept of the "equilibrium profile". In this way, the equilibrium wave height (H_{eq}), the equilibrium wave length (L_{eq}) and the equilibrium setup or setdown (Seq) are determined. With the calculated values of these variables it is possible to obtain the conditions that should exist in deep waters so that the existing equilibrium conditions in the beach are kept. The proposed numerical algorithm was developed with the mathematical assistant MATLAB.

Keywords: *Equilibrium profile, wave height, wave length, setup or setdown, closing depth, fall speed.*

Ing. Orlando Peraza Medina, SERMAR s.a, Ciudad de La Habana. Cuba. e-mail: madeline.ravelo@infomed.sld.cu

Dr. Lic. David Ernesto Marón Domínguez, Dpto de Matemáticas, Facultad de Civil, ISPJAE, Ciudad de La Habana, Cuba. e-mail: dmaron@civil.cujae.edu.cu

MSc. Ing. Ronnie Torres Hugues, C.I.H. ISPJAE, Ciudad de La Habana Cuba. e-mail: ronnie@cih.cujae.edu.cu

Dr. Ing. Luis Córdova López, C.I.H. ISPJAE, Ciudad de La Habana Cuba. e-mail: cordova@tesla.cujae.edu.cu

El presente trabajo muestra un modelo numérico que permite conocer cuáles son las condiciones del oleaje de equilibrio para un perfil dado basado en el concepto del *perfil de equilibrio* anteriormente mencionado. En el mismo se emplea el Método de las Diferencias Finitas con un esquema de dos puntos o nodos de forma que en el nodo de la derecha se conocen los valores del perfil, altura de la ola, longitud de la ola y del setup o setdown y en el nodo de la izquierda se conoce el perfil y los valores incógnitas son la altura de la ola, longitud de la ola y el setup o setdown. El modelo ha sido implementado computacionalmente en el asistente matemático MATLAB. La importancia de conocer las condiciones de oleaje de equilibrio de la playa se debe a la necesidad de poder calcular el transporte de sedimento en una playa tras el paso de un fenómeno atmosférico, si se tiene en cuenta que los modelos de transporte de sedimentos basados en el cálculo de la disipación de energía asociada al perfil de equilibrio, tienen como basamento fundamental para su cálculo, estas condiciones de equilibrio, el modelo presentado es un herramienta muy útil con tales fines.

Existen varias aproximaciones para determinar la forma del *perfil de equilibrio*, la más empleada según la bibliografía es la de Bruun, (Bruun, 1954)⁵ el cual desarrolló una ecuación para un perfil de equilibrio de playa proponiendo una ley potencial simple para relacionar la profundidad (d) con la distancia (x) hacia la costa:

$$d = A \cdot x^b \quad (1)$$

En este caso el valor de b encontrado era de $2/3$, la constante dimensional A llamado *factor de forma* depende de la estabilidad de las características del material de fondo, hallando un valor de $0.135 \text{ m}^{1/3}$ para dicho factor. Esta aplicación es conocida hoy día como la «Regla de Bruun». (Steetzel, 1993¹⁰)

Dean (1977)⁶ relacionó el parámetro A con la velocidad de caída del grano obteniendo la expresión:

$$A = 0,51 w^{0,44} \quad (2)$$

donde w es la velocidad de caída de grano, expresada en m/s.

Larson (1988)⁷, para solucionar la pendiente poco realista de la costa que generan los modelos de Bruun (1954)⁵ y Dean (1977)⁶, desarrolló un nuevo modelo que incluye la pendiente del perfil en la cara de la playa (m_o) y el factor de forma (A).

$$x = \frac{h}{m_o} + \left(\frac{h}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

Bodge (1992)⁸ comprobó que una expresión exponencial aproximaba mejor la forma del perfil en equilibrio, de una

playa. Así desarrolló, un modelo de perfil exponencial dado por la expresión:

$$h = hc \left(1 - e^{-\frac{m_o}{hc} x} \right) \quad (4)$$

donde hc es la profundidad de cierre del perfil.

Como se puede apreciar, existe un gran número de modelos de perfil de equilibrio, lo que muestra la dificultad de formular un modelo global aplicable a todo tipo de playas, independientemente de sus características. Por ello, como parte del presente trabajo se procedió a encontrar las variables del oleaje que conllevaban a las condiciones de equilibrio del perfil de la playa.

ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO

Las ecuaciones que conforman el modelo numérico del problema del perfil de equilibrio presentado por los autores en el presente trabajo son las siguientes:

Profundidad total (d):

$$d = h + S \quad (5)$$

donde: h es la profundidad de perfil (m) y S es el setup o setdown (m)

Longitud de la ola (L):

$$L = L_o \tanh \left(\frac{2 \pi d}{L} \right) \quad (6)$$

donde: L_o es la longitud de la ola en aguas profundas (m).

Factor n :

$$n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\frac{4 \pi d}{L}}{\sinh \left(\frac{4 \pi d}{L} \right)} \right] \quad (7)$$

Flujo de energía de la ola (F)

$$F = \frac{1}{8} \rho g H^2 n \frac{L}{T} \quad (8)$$

donde: ρ es la densidad del agua salada, tomado como 1025 Kg/m^3 , g es la aceleración de la gravedad, tomada como 9.81 m/s^2 , T es el período de la ola.

Ley de Snell:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\text{sen } \theta}{L} \right) = 0 \quad (9)$$

donde θ representa el ángulo de incidencia del oleaje (en grados).

Ecuación de Disipación de Energía

$$\frac{1}{d} \frac{d}{dx} (F \cos \theta) = D \quad (10)$$

donde: D es la disipación de energía que puede tener en cuenta el efecto de la rotura y el efecto de la fricción de fondo.

Disipación de energía por efecto de rotura de la ola según Larson 1995⁸:

$$D = \frac{C_r}{d^2} (F - F_s) \quad (11)$$

donde: C_r es el coeficiente por efecto de rotura (tomado igual a 0.15) (adimensional) y F_s es el flujo de energía estable de la ola.

Flujo de energía estable de la ola (F_s)

$$F_s = \frac{1}{8} \rho g (\Gamma d)^2 n \frac{L}{T} \quad (12)$$

donde: Γ es el coeficiente de altura estable de la ola, (tomado como 0.4) (adimensional).

Disipación de energía por efecto de rotura de la ola según Thorton y Gouza, 1983¹²:

$$D = B^3 \frac{\rho g}{4T_o d^2} H^3 \quad (13)$$

donde: B es un parámetro asociado al tipo de rotura (adimensional), tomándose como valor B=1 según lo recomendado por los autores del Software PETRA. (PETRA)⁹.

Disipación de energía por efecto de fricción de fondo según Battjes 1984²:

$$D = C_f \left(\frac{4\pi^2 \rho}{3dT_o^3 \sinh^3(2\pi d/L)} \right) H^3 \quad (14)$$

donde: C_f es el coeficiente por efecto de fricción de fondo (tomado igual a 0.01)

Componente de la tensión de radiación (S_{xx}) dirigida hacia la costa:

$$S_{xx} = \frac{1}{8} \rho g H^2 \left[2n - \frac{1}{2} \right] \quad (15)$$

Ecuación de Momento:

$$\frac{dS_{xx}}{dx} = -\rho g d \frac{dS}{dx} \quad (16)$$

ALGORITMO NUMÉRICO DE LA TRANSFORMACIÓN DEL OLAJE

Para definir el sistema de referencia la variable independiente x será tomada positiva dirigida desde la costa hacia mar afuera. La variable que representa la altura de la ola (H) será positiva hacia arriba mientras que el perfil del fondo (h) será medido positivo hacia abajo. El setup o setback (S) será medido positivo hacia arriba. Las tres variables anteriores son medidas desde el Nivel Medio del Mar (NMM) que es tomado como el nivel de referencia inicial.

La región de estudio o de simulación es representada por el intervalo $[x_o, x_f]$ donde x_o denota el punto de inicio del perfil. El extremo de la derecha, denotado por x_f , representa la distancia final que es la distancia a la que se encuentra la máxima profundidad del perfil h_f (en metros). De esta forma el punto de rompiente, denotado por x_b , debe de encontrarse entre x_o y x_f de forma que el intervalo que representa la región de estudio $[x_o, x_f]$ queda dividido en dos zonas fundamentales o subintervalos $[x_o, x_b]$ y $[x_b, x_f]$ donde el primer intervalo representa la región que se encuentra antes del punto de rompiente y el segundo intervalo representa la región que se encuentra después del punto de rompiente.

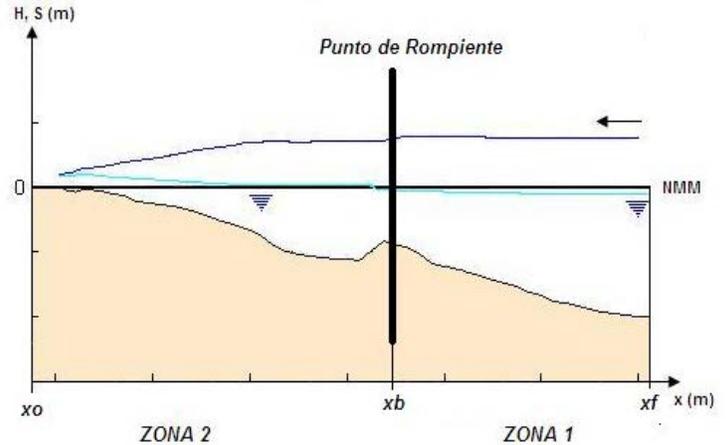


Figura No. 1. Sistema de referencia del modelo y región de estudio

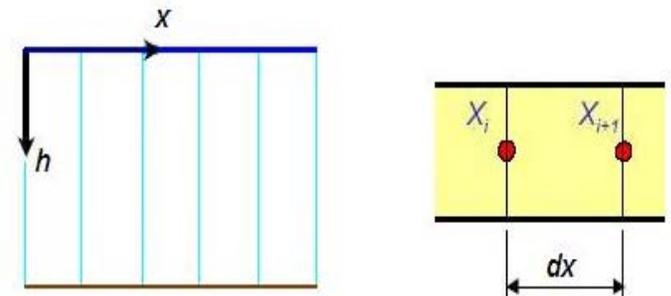


Figura No. 2. Esquema de discretización del modelo

Para el comienzo de los cálculos, se comprueba si la profundidad de la última sección del perfil en el extremo derecho x_f se encuentra ubicada en aguas profundas. Si se cumple la condición de que h_f/L_o es menor que 0.5 esto quiere decir que la sección en aguas profundas está a la derecha de h_f y por tanto un primer cálculo es la transformación del oleaje desde la sección de aguas profundas hasta h_f . Si no se cumple esta condición se toman conocidos los valores de las variables incógnitas del problema en la sección final que coincidan con los valores correspondientes con las condiciones en aguas profundas, es decir, $H = H_o$, $h = h_f$, $S = 0$ y $L = L_o$.

En la primera variante, donde se cumple la condición anteriormente mencionada, la altura de la ola calculada en la sección final tiene un valor ligeramente menor que H_o y aparece un primer valor de S calculado en esta sección lo cual no ocurre en la segunda variante.

Todos los cálculos se hacen de derecha a izquierda desde el punto x_f hasta el punto x_o , es decir, desde la sección final a la derecha hasta la sección inicial ubicada en la costa. A partir de x_f se toma un incremento o longitud Δx dirigido hacia la costa y se calculan los valores de las cuatro variables anteriores en el punto o sección correspondiente a la distancia $x_f - \Delta x$. Según se indica en la literatura el valor de Δx es del orden de la profundidad.

El intervalo o región de estudio se subdivide en N subintervalos de forma que cada subintervalo se puede expresar de la forma $[x_i, x_{i+1}]$. En el punto o sección $\mathbf{X} = \mathbf{X}_{i+1}$ se conoce el valor de las cuatro variables o incógnitas del problema y el cálculo se hace en el punto o sección $\mathbf{X} = \mathbf{X}_i$. A continuación se da una idea general de los pasos que conforman el algoritmo de cálculo que se sigue en el modelo numérico propuesto:

a) Se comprueba la condición de aguas profundas (h/L_o menor que 0.5) y si se cumple se efectúa la transformación del oleaje desde la sección aguas profundas hasta la sección final del perfil que corresponde con el nodo $i = N+1$. Si no se cumple se comienzan los cálculos el nodo $i = N+1$.

b) Teniendo en cuenta que el valor de h es conocido en la sección del nodo i se propone una aproximación inicial para S en dicha sección y se calcula el valor de d según la ecuación (5)

c) Se sustituye el valor de d en la ecuación (6) y se resuelve esta última ecuación en términos de L mediante un método numérico utilizado para resolver una ecuación trascendente.

d) Con el valor de L obtenido se calcula n con la ecuación (7).

e) Con el valor de L obtenido se resuelve la ecuación diferencial (9) en términos del ángulo δ utilizando el MDF con un esquema de dos puntos.

f) Los valores calculados de δ y L se sustituyen en las ecuaciones (8), (11) y (12) y se resuelve la ecuación diferencial (10) en términos de H , considerándose, en este caso efecto de rotura según la disipación de energía de Larson. Si se sustituyen las ecuaciones (8) y (13) en (10) se tiene en cuenta la disipación de energía por efecto de rotura de Thornton y Gouza¹². Si se sustituyen las ecuaciones (8) y (14) en (10) se tiene en cuenta la disipación de energía por efecto de la fricción de fondo según Battjes. (Battjes 1984²).

g) Con los valores de δ , L y H se sustituyen en la ecuación (15) y con esto se resuelve la ecuación diferencial (16) en términos de S utilizando el MDF con un esquema de dos puntos.

h) Se debe de comprobar un cierto criterio de parada en términos de S de la forma $\left| S_i^{(r)} - S_i^{(r-1)} \right| \leq E$ para un error prefijado E y en caso contrario se comienza de nuevo el cálculo de S desde el inciso a) mediante un proceso iterativo. El supraíndice r denota la iteración y el subíndice i denota la sección.

ALGORITMO NUMÉRICO DEL CÁLCULO DE LAS CONDICIONES DE EQUILIBRIO

El algoritmo numérico anteriormente explicado representa la transformación del oleaje que se calcula desde la sección final hasta la sección donde comienza el runup de la ola y donde termina la transformación del oleaje, esta sección será denotada como $Indw$. Como resultado de la transformación del oleaje se obtiene la función que representa la altura de la ola en cada una de las secciones, obteniéndose la sección de rompiente, que será denotada como $Indb$, antes de la última sección, correspondiente al $Indw$. Toda la transformación del oleaje se obtiene a partir de H_o y T_o correspondiente a condiciones de tormenta lo cual garantiza que el rompiente ocurra a una cierta distancia de la costa.

El cálculo de las condiciones de equilibrio, $Heq(x)$, $Seq(x)$ y $Leq(x)$, significan encontrar estas funciones que son utilizadas en los modelos de transporte de sedimentos y cambio del perfil de fondo, según aparece en el modelo SBEACH¹¹ y PETRA⁹. Estas condiciones dependen del perfil de fondo y se calculan para un perfil fijo llamado «perfil de equilibrio» $heq(x)$. Estas condiciones son tales que se garantiza que no ocurra el rompiente de la ola en ninguna sección anterior a la sección del $Indw$ manteniéndose las condiciones de estabilidad de la playa, de forma que no exista transporte de sedimentos y de esta forma no ocurran cambios en el perfil de fondo.

La estrategia a seguir para el cálculo de estas condiciones de equilibrio se pueden dividir en los siguientes pasos:

a) Se realiza la transformación del oleaje para los valores de H_o y T_o conocidos de los datos iniciales para los cuales se determinan los valores de $Indw_o$ e $Indb_o$.

b) Manteniendo la esbeltez de la ola constante y además el resto de los datos de entrada del modelo se disminuyen los valores de H_o y T_o simulando una tormenta de menor magnitud y se ejecuta el modelo numérico de la transformación del oleaje calculándose nuevos valores de $Indw$ e $Indb$.

c) Se alcanzan las condiciones de equilibrio si se cumple como criterio de parada que $Indb$ sea menor que $Indw_o$ lo cual garantiza que la ola no rompa en ninguna sección comprendida entre $Indw$ y la última sección $N+1$.

Ejemplos de cálculo

Los ejemplos mostrados se han simulado en el modelo para las siguientes variantes:

Variante 1: Ecuación de disipación de energía de Larson, $C_f = 0$

Variante 2: Ecuación de disipación de energía de Larson, $C_f = 0.01$

Variante 3: Ecuación de disipación de energía de Thorton y Gouza, $C_f = 0$

Variante 4: Ecuación de disipación de energía de Thorton y Gouza, $C_f = 0.01$

Se han empleado los siguientes datos para los ejemplos simulados en el modelo, los cuales se mantienen fijos:

Tabla No. 1. Datos fijos de todos los ejemplos:

Nombre del dato.	Valor del dato.
Altura de la ola en aguas profundas H_o (m)	3
Período de la ola en aguas profundas T_o (seg)	5
Índice de rompiente (adimensional)	0.78
Angulo de incidencia del oleaje (en grados).	0
Coefficiente de rotura C_r (adimensional)	0.15
Error en los cálculos en las iteraciones	0.01
Numero de subintervalos en el espacio N	100

Ejemplo 1

Este ejemplo se ha simulado en el modelo para un perfil de tipo lineal con las variantes de cálculo antes señaladas, los datos específicos para este ejemplo se muestran en la Tabla No. 2, los resultados de las mismas se muestran en la Tabla No. 3 y la Figura No.3.

Tabla No. 2. Datos del ejemplo 1:

Nombre del dato.	Valor del dato.
Pendiente del perfil	0.0083

Resultados:

Variantes	Valores de los índices				Valores de equilibrio	
	$Indw$	$Indb$	$Indwo$	$Indbo$	H_o (m)	T_o (s)
Variante 1	4	10	12	38	0.75	2.499
Variante 2	4	10	12	36	0.75	2.499
Variante 3	4	10	12	38	0.75	2.499
Variante 4	4	10	12	36	0.75	2.499

Tabla No. 3. Valores de los índices y oleaje de equilibrio para el Ejemplo 1.

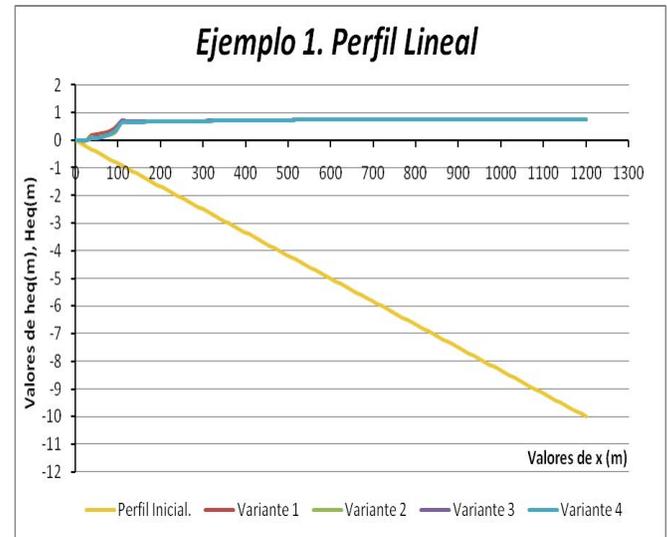


Figura No. 3. Resultados gráficos Ejemplo No. 1

Conclusiones del Ejemplo 1

1).- Como se puede observar en la Tabla No. 3, los valores de los índices ($Indw$, $Indb$, $Indwo$) para las diferentes variantes no varían, lo que indica que para ese mismo perfil las condiciones de equilibrio no varían.

2).- El $Indbo$ obtenido para las variantes 2 y 4 es menor que el de las variantes 1 y 3 teniendo en cuenta el empleo de la ecuación de disipación de energía por efecto de fricción de fondo, lo que hace que la ola rompa más hacia la costa.

3).- Los valores obtenidos de H_o y T_o para mantener las condiciones de equilibrio son iguales para las cuatro variantes, lo que demuestra que para un mismo perfil las condiciones de oleaje de equilibrio son las mismas, como se puede apreciar en la Figura No. 3

Ejemplo 2

Este ejemplo se ha simulado en el modelo para un perfil del tipo propuesto por Larson 1988⁷; el cual tiene en cuenta el parámetro A y el diámetro medio de la arena, según ecuación (3), con las variantes de cálculo antes señaladas, los datos específicos para este ejemplo se muestran en la Tabla No. 4, los resultados de las mismas se muestran en la Tabla No. 5 y la Figura No.4.

Tabla No. 4. Datos del ejemplo:

Nombre del dato.	Valor del dato.
Diámetro medio de la arena D_{50} (mm)	0.25
Pendiente de la cara de la playa	0.0325

Resultados:

Variantes	Valores de los índices				Valores de equilibrio	
	Indw	Indb	Indwo	Indbo	Ho (m)	To (s)
Variante 1	2	6	7	27	0.75	2.499
Variante 2	2	6	7	25	0.75	2.499
Variante 3	2	6	7	27	0.75	2.499
Variante 4	2	6	7	25	0.75	2.499

Tabla No. 5. Valores de los índices y oleaje de equilibrio para el Ejemplo 2.

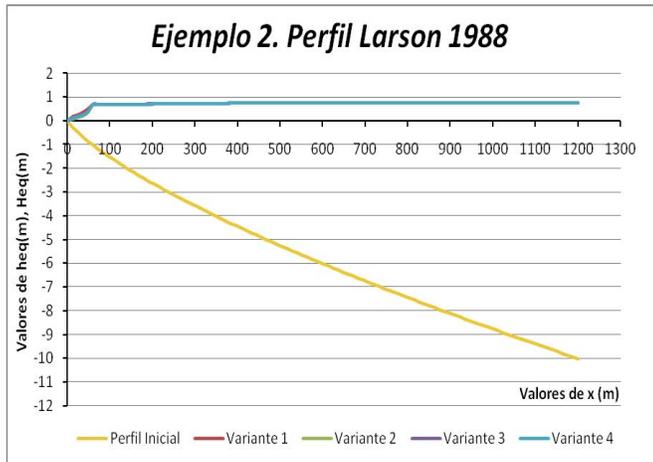


Figura No. 4. Resultados gráficos Ejemplo No. 2

Conclusiones del Ejemplo 2

- 1).- Como se puede observar en la Tabla No. 5, los valores de los índices (Indw, Indb, Indwo) para las diferentes variantes no varían, al igual que en el Ejemplo 1, obteniéndose para este ejemplo valores menores, lo que indica que para este perfil la ola rompe más cerca de la costa.
- 2).- El Indbo tiene para este ejemplo un comportamiento similar al determinado en el Ejemplo No. 1 debido igualmente al empleo de la ecuación de disipación de energía por efecto de fricción de fondo, lo que hace que la ola rompa más hacia la costa.
- 3).- Los valores obtenidos de Ho y To para mantener las condiciones de equilibrio son también para este ejemplo iguales para las cuatro variantes, lo que ratifica que para un mismo perfil las condiciones de oleaje de equilibrio son las mismas, como se puede apreciar en la Figura No. 4

Ejemplo 3

Este ejemplo se ha simulado en el modelo para un perfil con barra, con las variantes de cálculo antes señaladas, los datos principales del modelo se muestran en la Tabla No. 6, los resultados de las mismas se muestran en la

Tabla No. 7 y la Figura No.5.

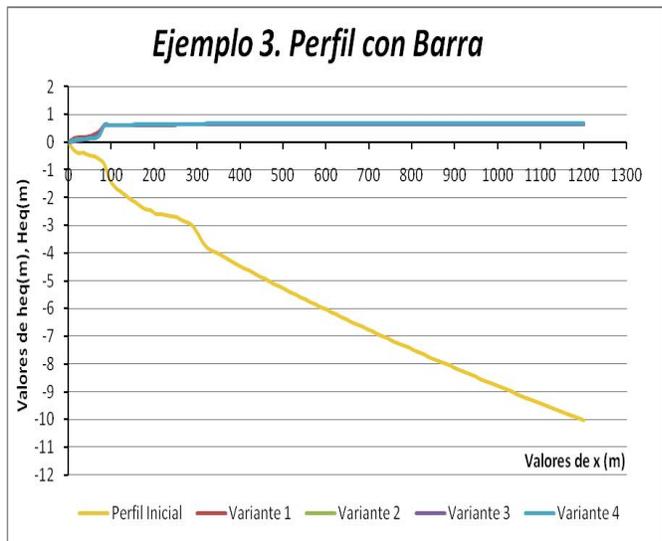
Tabla No. 6. Datos del ejemplo:

Nombre del dato.	Valor del dato.
Pendiente de la cara de la playa	0.0325

Resultados:

Variantes	Valores de los índices				Valores de equilibrio	
	Indw	Indb	Indwo	Indbo	Ho (m)	To (s)
Variante 1	2	8	9	28	0.66	2.344
Variante 2	2	8	9	27	0.68	2.379
Variante 3	2	8	9	28	0.66	2.344

Tabla No. 7. Valores de los índices y oleaje de equilibrio para el Ejemplo 3.



Conclusiones del Ejemplo 3

- 1).- Como se puede observar en la Tabla No. 4, los valores de los índices (Indw, Indb, Indwo) para las diferentes variantes no varían, al igual que en el Ejemplo 1 y 2.
- 2).- El Indbo tiene para este ejemplo un comportamiento similar al determinado en el Ejemplo No. 1 y 2 debido igualmente al empleo de la ecuación de disipación de energía por efecto de fricción de fondo, lo que hace que la ola rompa más hacia la costa.
- 3).- Los valores obtenidos de Ho y To para mantener las condiciones de equilibrio varían en este ejemplo, manteniéndose iguales para las variantes 1 y 3, así como para las variantes 3 y 4 respectivamente, de acuerdo al empleo o no de la disipación de energía por efecto de fondo, lo que demuestra el efecto de la barra en las condiciones de oleaje de equilibrio, como se puede observar en la Tabla No. 6 y en la Figura No. 5.

CONCLUSIONES

1. Con el modelo propuesto se obtienen las funciones que representan las condiciones de equilibrio de la playa las cuales son empleadas en los modelos de transporte

de sedimentos y cambio del perfil de la playa.

2. El modelo propuesto permite para cualquier perfil dado, definido como perfil de equilibrio, determinar las condiciones de equilibrio de la playa.

3. Permite la posibilidad de considerar perfiles de equilibrio, en condiciones naturales que presenten barras.

4. La disminución de la altura de la ola y el periodo se realiza manteniendo fija la esbeltez de la ola inicial en aguas profundas para condiciones de tormenta, con lo que se garantiza que el periodo de la ola quede en función de la altura de la ola y se mantenga una forma constante de la misma.

5. Los resultados gráficos y numéricos de los ejemplos demuestran la validez de la aplicación del modelo propuesto, la variación de los resultados según las variantes aplicadas están de acuerdo con las expresiones empleadas y el sentido físico de las mismas.

■ REFERENCIAS

1. **Anfuso G. and N. Ruiz, 2004.** Morfodinámica de una playa mesomareal expuesta con terraza de bajamar (Faro, Sur de Portugal). *Ciencias Marinas* 30(4):575-584.
2. **Battjes, 1984.** "Short Waves". International Institute for Hydraulic and Environmental Engineering, The Netherlands.
3. **Bernabeu et al, 2002.** An equilibrium profile model for tidal environments. *SCI. MAR.*, 66 (4): 325-335
4. **Bodge R.K, 1992.** Representing Equilibrium Beach Profiles with Exponential expression. *Journal of Coastal Research*, 8 -, pp 47 - 55.
5. **Bruun, 1954.** "Coast Erosion and the Development of Beach Profiles," Beach Erosion Board Technical Memorandum No. 44, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS.
6. **Dean, R. G., 1977.** "Equilibrium beach profiles: U.S. Atlantic and gulf coasts", *Ocean Eng. Tech. Rep.*, no. 12, Univ. of Delaware.
7. **Larson 1988.** "Quantification of Beach Profile Change," Report No. 1008, Department of Water Resources and Engineering, University of Lund, Lund, Sweden.
8. **Larson, M., (1995).** "Model for decay of random waves in the surf zone". *J. Waterway, Port, Coast. and Ocean Eng.* Vol. 121(1), pp. 1-12.
9. **PETRA.** "PETRA: Modelo de evolución del perfil transversal de la playa"; Versión: 3.0. 2001. Manual de Referencia. Universidad de Cantabria, España. Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas.
10. **Steetzel, 1993.** "Cross-shore Transport during Storm Surges," *Delft Hydraulics*, Delft, The Netherlands.
11. **SBEACH, 1989.** "SBEACH: Numerical model for simulating storm-induced beach change"; Version: 2.0. 1989. U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Coastal Engineering Research Center, Vicksburg, MS.
12. **Thorton, E.B. y Gouza, R. T., (1983).** "Transformation of wave height distribution". *J. Geophys. Res.* Vol. 88, pp. 5925-5983.