

Alternativa de manejo de la ecuación de flujo exponencial en medios porosos: prueba de bombeo Macurijes

INTRODUCCIÓN

La ley clásica de filtración de Darcy es ampliamente utilizada en casi todas las situaciones de flujo en medios porosos. Esto es debido a que en la mayor parte de los casos el tipo de formación geológica presenta una estructura de agregados más o menos pequeños, de forma tal que el fluido circula a través del medio con velocidades y gradientes tales que se cumple la ley lineal:

$$V = K_D \cdot I$$

donde:

V : velocidad media aparente de circulación

I : gradiente hidráulico

K_D : conductividad hidráulica de Darcy que depende del medio poroso y del fluido.

La mayor parte de los acuíferos importantes en Cuba están formados por calizas cavernosas, por lo que es muy probable que el flujo hacia un pozo de captación de agua subterránea se produzca bajo régimen no lineal de flujo (Pérez Franco 1995).

Han surgido dos tipos de ecuaciones no lineales para describir el flujo en un medio poroso, en la búsqueda de expresiones más precisas en un intervalo más amplio que la ley lineal.

Forchheimer sugirió emplear la ley binómica:

$$I = a V + b V^2 \quad (1)$$

donde a y b son constantes del medio poroso y del fluido.

Por otra parte, otros investigadores postulan una ecuación de tipo exponencial como:

Resumen / Abstract

La conductividad hidráulica depende del exponente a que está elevado el gradiente en la ecuación de flujo exponencial en medios porosos, lo que ha limitado el empleo de esta ecuación. El empleo de una excelente correlación, entre la relación de gradientes (gradiente hidráulico y el crítico de Darcy) y el exponente en la ley exponencial, permite obtener el gradiente crítico de Darcy. Además, el uso de una relación general entre la conductividad hidráulica y la dada de Darcy hace posible obtener la transmisividad darciana del acuífero. El nuevo manejo se ilustra con determinación de las propiedades hidrogeológicas de un sector del acuífero costera sur de Camagüey, específicamente en el aforo Macurijes, validándose los resultados obtenidos con las expresiones clásicas fundamentadas en la ley binómica.

Palabras clave: Medio poroso, filtración, régimen no lineal, ecuación exponencial.

Hydraulic conductivity depends on the exponent of the gradient in the exponential flow equation in porous media, aspect that has limited the employment of this flow equation. By using an excellent correlation between the quotient of two gradients (the hydraulic gradient and the critical Darcy gradient) and the exponent of the gradient in the exponential law, the critical Darcy gradient can be easily obtained. Also, the use of a general relationship between the hydraulic conductivity and the one given by Darcy, makes it possible to obtain the aquifer Darcy's transmissivity. The proposed handling is illustrated by the determination of hydrogeological properties for one sector of Camagüey South coastal aquifer, specifically by Macurijes test. The results obtained have being validated with the classical expressions based on the binomial law.

Keywords: Porous media, seepage, non linear flow, exponential law.

$$V = K_f I^f \quad (2)$$

donde K_f es un coeficiente llamado conductividad hidráulica, que depende del medio poroso y del fluido pero también del exponente del gradiente hidráulico f .

La literatura no reporta en los últimos treinta años, aplicaciones fundamentadas de la ley exponencial, análoga a la de Darcy, de flujo en medios porosos. Sin embargo, son numerosas las referencias a la más conocida de las expresiones binómicas, la de Dupuit-Forchheimer.

En buena medida esto ha sido debido a que la conductividad hidráulica, K_f , depende del exponente, f , el cual vale 1 cuando el régimen es lineal pero su valor es desconocido en un amplio intervalo donde es una función del gradiente hidráulico.

MANEJO DE LA ECUACIÓN DE FLUJO EXPONENCIAL EN PRUEBAS DE BOMBEO

Pérez Franco (1995) presenta en forma coherente con un enfoque más general una reinterpretación de la hidráulica de pozos, derivándose los resultados ya conocidos como casos particulares de los mismos, como se puede apreciar a continuación cuando emplea la ecuación binómica de flujo bajo régimen no lineal.

Flujo no lineal permanente hacia un pozo

$$S_r = (Q / 2\pi T_D) \ln (r_o / r) + (Q^2 / 4\pi^2 T_T^2) \cdot (r_o - r) / r \cdot r_o$$

término lineal (Thiem) + término cuadrático

Flujo no lineal impermanente hacia un pozo

$$S_r = (Q / 4\pi T_D) \ln (2.246 T_D t / r^2 E) + (Q^2 / 4\pi^2 T_T^2) \cdot (r_o - r) / r \cdot r_o$$

término lineal (Jacob) + término cuadrático

Ahora bien, fundamentado en la ecuación exponencial de flujo, Dilla (2009) obtiene por medio de un ajuste experimental una relación general entre las transmisividades hidráulicas, en función del exponente y del gradiente hidráulico:

$$T_f / T_D = (2-1/f) (I)^{1-f} \quad (3)$$

Resulta también por ajuste empírico una simple función que relaciona el gradiente hidráulico y el exponente en la ecuación de flujo:

$$f = 0.5 + 0.5 / (1 + 0.2 * I / I_{CRD})^{0.5} \quad (4)$$

A continuación se resume cómo interpretar los resultados de una prueba de bombeo a caudal constante y condiciones estabilizadas, para estimar las propiedades hidrogeológicas de un acuífero aplicando los resultados empíricos novedosos anteriores.

1. Estimado del exponente de la ecuación de flujo exponencial

Aplicando logaritmos a esta ecuación se obtiene:

$$f = \log(Q'/Q) / \log(I_m'/I_m)$$

Se deduce que deberá realizarse la prueba de bombeo con dos caudales de explotación.

2. Cálculo del gradiente crítico de Darcy, I_{CRD}

Se obtiene la relación de los gradientes, (I_m' / I_{CRD}) , por la ecuación de ajuste empírico (4) en función del exponente f estimado antes y de un gradiente hidráulico medio definido como:

$$\log I_m = \frac{1}{2} (\log I' + \log I)$$

De la relación de los gradientes obtenida se deduce fácilmente el gradiente crítico de Darcy, I_{CRD} .

3. Determinación de la transmisividad hidráulica darciana, T_D

La ecuación de ajuste (3) permite obtener T_D en función de una transmisividad estimada T_f , del exponente f y del gradiente hidráulico medio.

La ecuación de continuidad admite hacer el estimado de T_f :

$$Q = U * \text{Area} = K_f (I)^f * (2\pi R_A m) = 2\pi R_A T_f (I)^f$$

Luego:

$$T_f = Q_m / 2\pi R_A (I_m)^f$$

donde:

Q_m es el caudal medio definido como:

$$\log Q_m = \frac{1}{2} (\log Q' + \log Q)$$

R_A es el radio constante intermedio cuyo gradiente es igual a la cuerda que pasa por los pozos a distancias R_1 y R_2 dado como (Dilla 1979):

$$R_A = (z (R_2 - R_1) / ((R_2)^z - (R_1)^z)) ,$$

donde: $z = (f-1) / f$

Siempre es recomendable comparar la T_D antes estimada con la obtenida bajo condiciones de flujo impermanente, como se hace clásicamente, si se dispone de la información de los abatimientos ocurridos en dos tiempos diferentes en un solo pozo de observación.

4. Determinación de la transmisividad hidráulica turbulenta

$$T_T = T_D (I_{CRD} / \epsilon)^{0.5}$$

donde: ϵ es el error permitido en el gradiente crítico de Darcy, usualmente un 5% ($\epsilon = 0.05$).

Aplicación en la prueba de bombeo Macurijes

Tabla 1- Aplicación en la Prueba de Bombeo Macurijes (Martínez Sánchez 1977)

Pozo	Radio [m]	Abatimiento S [m]	Abatimiento S' [m]
Bombeo	0.25	3.05	8.06
Satélite A	7.00	2.22	5.66
Satélite B	24.40	1.42	3.20
Satélite C	29.90	1.25	2.42

1. Estimado del exponente de la ecuación de flujo exponencial

$$f = \log(6566 / 3566) / \log((5.66-3.30) / (2.22-1.42)) = 0.5435$$

2. Cálculo del gradiente crítico de Darcy, I_{CRD} .
Gradiente medio:

$$\log I_m = \frac{1}{2} (\log((2.22-1.42)/(20.4-7.0)) + \log((5.66-3.20)/(20.4-7.0)))$$

$$\log I_m = -0.9801, \text{ por tanto } I_m = 0.1047$$

Aplicando la ecuación empírica (2):

$$0.5435 = 0.5 + 0.5 / (1 + 0.2 * 0.1047 / I_{CRD})^{0.5}$$

Se deduce el gradiente crítico de Darcy:

$$I_{CRD} = 1.597 * 10^{-4}$$

3. Determinación de la transmisividad hidráulica darciana, T_D

Caudal de extracción medio:

$$\log Q_m = \frac{1}{2} (\log(6566) + \log(3566)).$$

$$\text{Luego, } Q_m = 4839 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Radio constante intermedio:

$$R_A = ((-0.84)(20.4 - 7) / (0.079 - 0.195))^{0.5435}.$$

$$\text{Luego, } R_A = 12 \text{ m}$$

Transmisividad:

$$T_f = 4839 / 2\pi \cdot 12 \cdot (0.1047)^{0.5435} = 218.08 \text{ m}^2 / \text{día}$$

$$T_f / T_D = 218.08 / T_D = (2 - 1/f) (I)^{1-f} = (2 - 1/0.5435)(0.1047)^{0.4535}$$

De aquí se deriva la transmisividad lineal:

$$T_D = 3825.9 \text{ m}^2 / \text{día}$$

4. Determinación de la transmisividad hidráulica turbulenta: T_T

$$T_T = T_D (I_{CRD} / \epsilon)^{0.5} = 3825.9 (1.597 * 10^{-4} / 0.05)^{0.5}$$

$$\text{eligiendo un error del 5\%. } T_T = 216.22 \text{ m}^2 / \text{día}.$$

VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

La verificación de los resultados se fundamenta en la ecuación binómica de Forchheimer.

Aplicando las ecuaciones de flujo radial hacia un pozo bajo régimen permanente no lineal.

$$\Delta S = (Q / 2\pi T_D) \ln (R_2 / R_1) + (Q^2 / 4\pi^2 (T_T)^2) (R_2 - R_1) / R_1 R_2$$

Se eligen de nuevo los pozos satélites A y B con la información de los dos caudales de extracción dadas antes, así se obtiene el siguiente sistema de dos ecuaciones con las dos incógnitas T_D y T_T :

$$\Delta S = 2.22 - 1.42 = (3566 / 2\pi T_D) \ln (20.4 / 7) + ((3566)^2 / 4\pi^2 (T_T)^2) \cdot (20.4 - 7) / 20.4 * 7$$

$$\Delta S = 5.66 - 3.20 = (6566 / 2\pi T_D) \ln (20.4 / 7) + ((6566)^2 / 4\pi^2 (T_T)^2) \cdot (20.4 - 7) / 20.4 * 7$$

De la solución de este sistema resulta:

$$T_D = 3731.8 \text{ m}^2 / \text{día} \text{ y } T_T = 217.8 \text{ m}^2 / \text{día},$$

lo que significa que existen diferencias muy pequeñas en los parámetros hidrogeológicos hallados, de 2.6% en T_D y de 0.7% en T_T .

Este resultado avala la alternativa de manejo de la ecuación de flujo exponencial en medios porosos y su aplicación extendida a medios porosos.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos han sido presentados en forma coherente, lo que ha hecho posible reinterpretar en conjunto pruebas de bombeo con un nuevo enfoque, no lineal, que hasta ahora no había sido explicado satisfactoriamente con la ley exponencial de flujo en medios porosos, extendida a medios fracturados.

El nuevo enfoque permite tratar problemas de flujo a través de presas, captación a través de trincheras, recar-

ga artificial, procesos de filtración, lechos fluidizados, etc. También, su aplicación puede ampliarse a otros campos de la ingeniería, como la industria química y el petróleo.

REFERENCIAS

Dilla, F. (1979). "Determinación de la permeabilidad física de un acuífero". Revista Ciencias Técnicas. Serie Hidráulica. La Habana. Cuba.

Dilla, F. (2009). "Alternativa de manejo de la ecuación de flujo exponencial en medios porosos". Revista Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XXIV, No. 2.

Martínez Sánchez, H. (1977). "Estudio de los parámetros hidrogeológicos de los acuíferos cársticos costeros de Cuba y el régimen de flujo que los caracteriza". Tesis de Diploma, ISPJAE, Ciudad de la Habana.

Pérez Franco, D. (1995). La explotación del agua subterránea: un nuevo enfoque. Editorial Científico Técnica, Ciudad de la Habana.

Recibido: febrero del 2011
Aprobado: marzo del 2011