

Modelo matemático que describe la caída de presión en columna empacada con zeolita

Jaime Dueñas Moreno

e-mail: jaimedm89@gmail.com

Centro de Estudios de Ingeniería de Procesos (CIPRO), Facultad de Ingeniería Química, Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría (Cujae). Marianao. La Habana.

Carlos Menéndez Gutiérrez

e-mail: carlosm@tesla.cujae.edu.cu

Centro de Estudios de Ingeniería de Procesos (CIPRO), Facultad de Ingeniería Química, Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría (Cujae). Marianao. La Habana.

Enrique Bergantiños Rodríguez

e-mail: enrique_br@quimica.cujae.edu.cu

Departamento de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería Química, Universidad Tecnológica de La Habana (Cujae). Marianao. La Habana.

RESUMEN

El tipo de empaque y su característica es uno de los factores que influyen en la hidrodinámica de la columna. En los procesos de adsorción en ocasiones resulta técnica y económicamente ventajosa la operación en columna comparado con sistemas a templa. En el presente trabajo se determinó la caída de presión en una columna empacada con zeolita natural tipo clinoptilolita. También fue obtenido el modelo matemático que describe la caída de presión teniendo en cuenta la altura de empaque, diámetro equivalente de partícula y flujo volumétrico a través de la columna. El modelo matemático obtenido describe con un 92,11% la caída de presión en la columna, al pasar a través de la columna un flujo volumétrico de licor mezclado como líquido proveniente de un lodo activado a escala de laboratorio.

Palabras clave: caída de presión, columna empacada, modelo matemático, zeolita.

Mathematical model describing the pressure drop in column packed with zeolite

ABSTRACT

The type of the packing and its characteristic is one of the factors that influence in the hydrodynamics of the column. The adsorption processes with packed column have technical and economic advantages over batch systems. Zeolite can be used in the adsorption process by its high contact surface. In this work, the pressure drop was determined in a packed column with natural zeolite type clinoptilolita. Also was obtained the mathematic model that describes the pressure drop taking into account the packing height, equivalent particle diameter and volumetric flow through the column. The mathematic model described with 92,11% the pressure drop. Mixed liquor from activated sludge from lab scale was used as a liquid to be passed through the column.

Keywords: pressure drop, packed column, mathematical model, zeolite.

INTRODUCCIÓN

Las columnas o torres son empleadas en la industria formando parte de procesos como la absorción, destilación, intercambio iónico y enfriamiento, entre otros.

El tipo de empaque o relleno y sus características, es uno de los factores que influyen en la hidrodinámica de la columna, considerando la superficie de contacto, diámetro y volumen que ocupe en la columna. La disposición del relleno puede ser desordenada o caótica, dificultando la tendencia del fluido a través de ella a segregarse hacia las paredes o de fluir por el centro de la columna (canalización).

Para evitar esto, es recomendable que el diámetro de las piezas individuales sea menor que 1/8 del diámetro de la torre (Gainza et al. 2012).

La caída de presión del flujo a través de ella puede ser determinada a partir de la ecuación de Ergun (ecuación 1), basada en la combinación de la ecuación de Kozeny-Carman para el flujo en la región viscosa y de la ecuación de Burke-Plummer para la región turbulenta; pero en determinadas ocasiones resulta engorrosa su cuantificación por la dificultad que presenta la determinación de los valores de algunos de sus parámetros. Por ello su determinación experimental de manera directa resulta ser más asequible.

$$\frac{(-\Delta p)}{\rho} = \frac{150(1 - \epsilon)^2 \mu v_o L}{\epsilon^3 \phi^2 d_e^2 \rho} + \frac{1,75(1 - \epsilon) v_o^2 L}{\epsilon^3 \phi d_e} \quad (1)$$

donde: $\Delta P/\rho$ es la pérdida friccional para el flujo a través del empaque,

ϵ es la porosidad de partículas,

v_o es la velocidad superficial del fluido,

L es la altura del empaque,

ϕ es la esfericidad de las partículas,

d_e es el diámetro equivalente de las partículas

ρ es la densidad superficial del fluido.

Los sistemas de tratamientos empleando procesos de lodos activados están bien difundidos a escala global, debido a la alta eficiencia de reducción de la materia orgánica contaminante. Sin embargo, metales pesados presentes en las aguas residuales industriales resultan inhibitorios para los microorganismos presentes en el consorcio microbiano.

Para evitar estos efectos no deseados, se ha propuesto la segregación de corrientes de aguas residuales con características físico-químicas diferentes. Una posibilidad de tratamiento para estas corrientes puede ser el empleo de lodos en exceso adsorbidos por zeolitas en columnas (Vaca et al. 1996).

La zeolita es un mineral (Raggiotti et al. 2015), que puede ser empleado como empaque para los procesos de adsorción en columnas (Rouquerol et al. 2013), por la elevada superficie de contacto que presenta (Muñoz et al. 2016). Su estructura permite que sus gránulos o partículas se encuentren cargadas negativamente, por lo que se favorece la adsorción. De esta manera cuando se pone en contacto con un fluido se produce una interacción con la superficie del sólido que

tiende a compensar estas fuerzas residuales mediante la atracción y retención sobre su superficie de las moléculas.

No se han encontrado en la literatura estudios sobre la caída de presión en columna, empleando la zeolita natural como medio de adsorción de biomasa, proveniente de un sistema de lodos activados.

El objetivo del presente trabajo es obtener un modelo matemático que describa la caída de presión en columna empacada con zeolita natural tipo clinoptilolita, teniendo en cuenta los factores: altura de empaque, diámetro equivalente de partícula y flujo volumétrico, para las condiciones de estudio.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los estudios para la obtención del modelo matemático que describe la caída de presión fueron realizados en una columna cilíndrica de cloruro de polivinilo transparente, con 3,29 cm de diámetro interior y una altura efectiva de 48 cm. A la misma se alimentó un flujo de licor mezclado proveniente de un sistema de tratamiento a escala de laboratorio de lodo activado.

El lodo fue aclimatado bajo condiciones de tiempo de retención medio celular de 10 días, hasta obtener valores de sólidos suspendidos volátiles (SSV) y demanda química de oxígeno (DQO) estables (APHA and WEF 2005). Una vez alcanzadas estas condiciones se procedió a los estudios en columna.

En la entrada y salida de la columna se acopló un manómetro en U con líquido de mercurio, para obtener la caída de presión según el diseño de experimento. El flujo de lodo activado fue alimentado a la columna en sentido descendente durante 10 minutos, tiempo para el cual los valores de caída de presión se mantuvieron constantes. En la figura 1 se muestra el esquema del sistema experimental empleado.

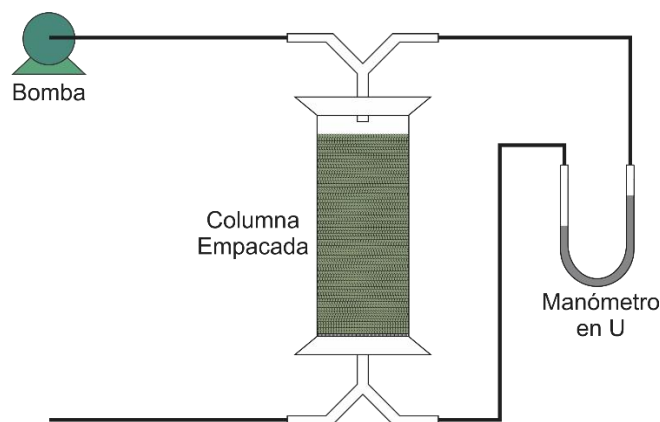


Figura 1. Esquema del sistema para el diseño de experimento con flujo descendente de lodo activado

Granulometría del material de empaque. Estudio de tamizado

El material de empaque empleado fue zeolita natural tipo clinoptilolita, proveniente del yacimiento de Tasajeras del oriente cubano. La misma fue caracterizada granulométricamente mediante tamizado, con el objetivo de determinar el diámetro equivalente de partícula en las fracciones seleccionadas empleando la ecuación de Sauter (ecuación 2) (Kunii and Levenspiel 2013).

$$D_p = 1 / \sum \frac{\Delta X_i}{D_{p_i}} \quad (2)$$

donde:

D_p (mm): diámetro de partícula

ΔX_i : fracción másica (representa la fracción de la masa retenida en cada tamiz con respecto a la total de las fracciones estudiadas)

$\overline{D_{p_i}}$ (mm): diámetro promedio de malla

Para el estudio de tamizado se tomó una muestra homogénea de 550 g, la misma fue lavada cinco veces con un litro de agua destilada en cada proceso de lavado. Este procedimiento se realizó con el objetivo de eliminar cualquier tipo de material particulado fino e impurezas. Posteriormente, fue sometida a un proceso de secado en estufa a $105 \pm 5^\circ\text{C}$ durante 24 horas.

Una vez secada la muestra se pesaron 500 g y se realizó el tamizado empleando 13 tamices normalizados de la serie ASTM con aberturas entre 4 y 0,5 mm.

Diseño de experimento para los estudios de caída de presión

El modelo matemático que describe la caída de presión en columna bajo las condiciones antes descritas estuvo definido por la altura del empaque (h_{emp}), el diámetro promedio de partículas (dp) y flujo volumétrico (Q_v). En la tabla 1 se muestra el diseño experimental (3^3) para un total de 81 corridas experimentales (corrida experimental más dos réplicas).

Tabla 1. Diseño experimental

Factores	Niveles		
	Bajo	Medio	Alto
h_{emp} (cm)	15	30	45
dp (mm)	0,5-1,18	1,18-2,0	2,0-4,0
Q_v (mL/min)	12,82	27,22	33,33

El procesamiento de los datos y el modelo fue obtenido a partir del software estadístico STATGRAPHICS Centurion XV.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Características del licor mezclado empleado como flujo de alimentación en la columna

Previo a los estudios de caída de presión en columna, se procedió a la puesta en marcha del reactor de lodos activados a escala de laboratorio. Una vez logrado el estado estacionario del proceso de lodo activado, dado por los valores constantes de la concentración de SSV y la DQO a la salida del reactor, se procedió al estudio de caída de presión. Esta condición fue alcanzada al pasar los treinta días de la puesta en marcha del reactor, siendo de $1\,529 \pm 354$ mg/L y 280 ± 93 mg/L de SSV y DQO respectivamente; manteniéndose constante durante todo el tiempo de experimentación en la columna.

Estudio de tamizado

Con el objetivo de conocer el diámetro equivalente de partícula o de Sauter, fue realizado el estudio de tamizado; mostrándose de manera resumida los resultados en la tabla 2.

Tabla 2. Resultados del estudio de tamizado

<i>dim/dsm</i> (mm)	<i>dmm</i> (mm)	<i>mi</i> (g)	$(mi/mt)*100$	ΔX	$(\Delta X)/dmm$
3,35/4	3,68	0,47±0,11	0,71	0,007	0,0000
2,8/3,35	3,08	4,5±0,58	6,79	0,068	0,0221
2,36/2,8	2,58	21,3±1,77	32,14	0,321	0,1246
2/2,36	2,18	40±0,01	60,36	0,604	0,2769
Σ		66,27 ± 1,83	100,00	1,00	0,4235
1,7/2	1,85	45,29±1,11	26,52	0,265	0,1434
1,4/1,7	1,55	54,26±0,25	31,78	0,318	0,2050
1,18/1,4	1,29	71,19±2,1	41,69	0,417	0,3232
Σ		170,73 ± 0,98	100,00	1,00	1,4889
1/1,18	1,09	96,99±4,50	42,97	0,430	0,3942
0,85/1	0,93	57,08±0,16	25,29	0,253	0,2794
0,71/0,85	0,78	39,12±0,57	17,33	0,173	0,2280
0,6/0,71	0,66	20,18±0,08	8,94	0,089	0,1365
0,5/0,6	0,55	12,35±0,07	5,47	0,055	0,0995
Σ		225,72± 2,13	100,00	1,00	0,8790
0/0,5	0,25	37,13±1,16			
mt (g)		499,86 ± 0,73			

Abreviaturas: *dim*: diámetro inferior de malla; *dsm*: diámetro superior de malla; *mi*: masa retenida promedio en cada una de las mallas; *mt*: masa total; ΔX : fracción másica y *dmm*: diámetro medio de malla.

En la figura 2 se muestra el comportamiento de la fracción másica con respecto al diámetro medio de malla (gráfico diferencial) obtenido en el estudio de tamizado. En la misma se observa que a medida que aumenta el diámetro medio de malla, la fracción másica retenida disminuye. El

comportamiento fue de 45,16%; 34,15% y 13,26% para las fracciones de 0,5-1,18 mm; 1,18-2,0 mm y 2,0 a 4,0 mm.

Los diámetros equivalentes de partículas para estas fracciones fueron de 0,88 mm; 1,49 mm y 2,36 mm respectivamente. Tomando en consideración que el diámetro de empaque para cada una de las fracciones fue menor que 1/8 del diámetro de la columna, puede aceptarse la no existencia de canalización, que tampoco fue observada visualmente.

Este fenómeno se ve reducido pues el relleno empleado es un sólido triturado y dispuesto de forma desordenada, mejorando considerablemente el contacto entre la zeolita y el licor mezclado.

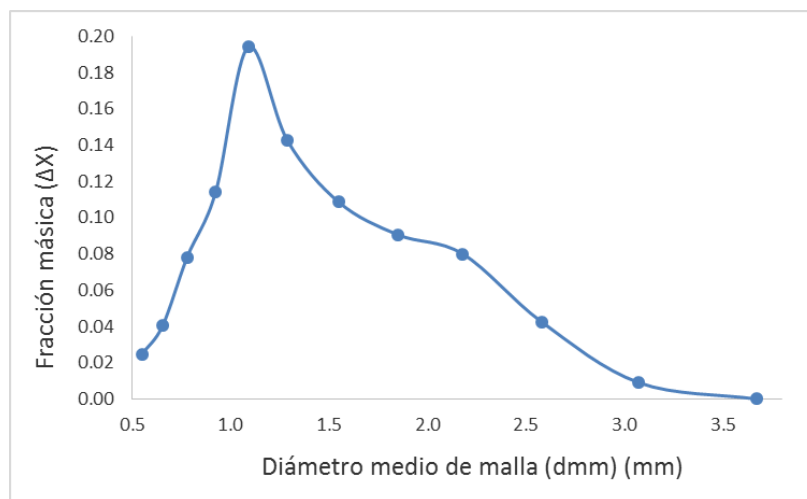


Figura 2. Gráfico diferencial de la zeolita natural tipo clinoptilolita empleada en el diseño experimental

Estudio de la caída de presión en columna empacada con zeolita natural: modelo matemático

En la tabla 3 se muestran los valores promedio de los resultados de la caída de presión obtenidos.

En la figura 3, obtenida a partir de la información brindada por la tabla 3 se ilustra el efecto que ejerce cada uno de los factores sobre la caída de presión. De los factores estudiados, el diámetro equivalente fue el que presentó mayor pendiente, ejerciendo una fuerte influencia sobre la caída de presión.

Por lo que, a una disminución del tamaño de partícula, ocurre el fenómeno de compactación de la cama y por ende un aumento de la caída de presión debido a la resistencia que ejerce el fluido a su paso.

Este fenómeno es más acentuado bajo estas condiciones experimentales, debido a que el flujo fue suministrado en sentido descendente.

El aumento de los otros dos factores estudiados también tiene un efecto sobre la caída de presión, pero en menor medida que el diámetro de partícula.

Tabla 3. Resultados obtenidos por el diseño experimental

Q_v (mL/min)	dp_{equi} (mm)	h_{emp} (cm)	ΔP (Pa)
12,82	0,88	15	26,6±0,1
		30	53,3±0,3
		45	79,9±0,1
	1,49	15	19,9±0,2
		30	46,6±0,1
		45	59,9±0,1
	2,36	15	6,6±0,2
		30	13,3±0,1
		45	19,9±0,3
27,22	0,88	15	53,3±0,1
		30	66,6±0,2
		45	93,3±0,2
	1,49	15	26,6±0,4
		30	53,3±0,1
		45	59,9±0,3
	2,36	15	13,3±0,2
		30	19,9±0,1
		45	26,6±0,4
33,33	0,88	15	46,6±0,1
		30	73,3±0,3
		45	99,9±0,2
	1,49	15	33,3±0,1
		30	59,9±0,1
		45	66,6±0,2
	2,36	15	19,9±0,2
		30	26,6±0,1
		45	36,6±0,2

En la literatura no se ha encontrado ningún trabajo que proporcione información sobre el estudio de la caída de presión en columna para las condiciones experimentales antes descritas.

Sin embargo, Rincones et al. (2015) reportó un estudio de caída de presión en columna empacada con bagazo de caña para la adsorción de hidrocarburos.

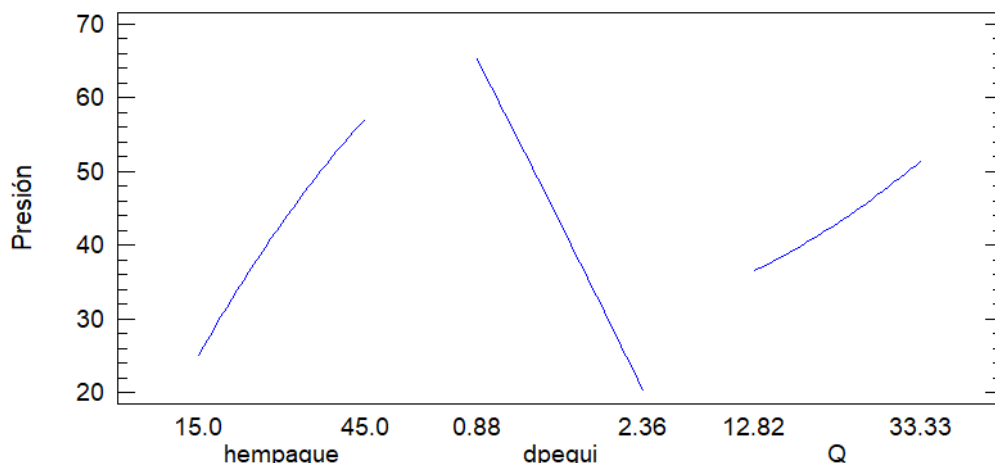


Figura 3. Efecto que ejerce las variables estudiadas sobre la caída de presión

En el mismo los autores analizan el caudal de alimentación y la altura de empaque afirmando el efecto que ejercieron estos dos factores sobre la caída de presión. En dicho estudio los valores de caída de presión son superiores a los 1000 Pa, con alturas de empaque de 3-7 cm y flujos volumétricos de 22-55 mL/min.

Esto corrobora, que la caída de presión en columna varía en dependencia de las características del empaque, su altura y el fluido.

La tabla 4 muestra el análisis de varianza descomponiendo la variabilidad de la caída de presión en función de la altura de empaque, diámetro equivalente de partícula y flujo volumétrico. Los valores-P muestran la significancia estadística de cada uno de los factores estudiados.

En todos los casos el valor-P es menor que 0,05, indicando que todos los factores ejercen un efecto estadísticamente significativo sobre la caída de presión con un nivel de confianza del 95%.

Tabla 4. Resultados del análisis de varianza.

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Efectos principales					
Diámetro equivalente de partícula (dpequi)	28254,3	2	14127,2	270,62	0,0000
Altura de empaque (hemp)	14714,8	2	7357,38	140,94	0,0000
Flujo Volumétrico (Qv)	3209,96	2	1604,98	30,74	0,00003
Residuos	3863,07	74	52,20		
Total (corregido)	50042,1	80			
Las razones -F se basan en el cuadrado medio del error residual.					

Modelo matemático obtenido: análisis del ajuste

Del análisis de regresión múltiple se obtuvo el modelo matemático que se muestra en la ecuación (3). Este modelo matemático explica con un $R^2 = 92,11 \%$, la variabilidad de la caída de presión en columna bajo las condiciones del diseño experimental antes descrito.

$$\Delta P = -42,25 - 30,75 * d_{pequi} + 1,10 * h_{emp} + 0,73 * Q_v \quad (3)$$

donde:

- ΔP (Pa): caída de presión;
- d_{pequi} (mm): diámetro equivalente de partícula;
- h_{emp} (cm): altura de empaque en la columna;
- Q_v (mL/min): flujo volumétrico de lodo activado

El análisis de los residuos permite observar las diferencias de los valores de la caída de presión obtenidos experimentalmente y por el modelo. El mismo permite valorar las condiciones matemáticas que reúne el modelo para la representación adecuada de los datos experimentales.

Los residuos estudentizados incluyen la variabilidad total y la influencia de los datos de ajuste. Entre las ventajas se encuentra que se distribuyen como estadígrafos t de Student con n-k-2 grados de libertad, lo que resulta ser una prueba muy útil para detectar los valores más alejados (González y Hernández 2012).

En la figura 4, se muestra el comportamiento de los residuos estudentizados, en la que solo tres valores son superiores a dos; al no exceder en ningún caso el valor de tres (positivo y negativo), se considera que el modelo matemático explica el fenómeno bajo las condiciones experimentales (Juárez et al. 2007). Los resultados indican que no existe correlación entre los residuos, lo cual verifica la calidad del modelo matemático obtenido.

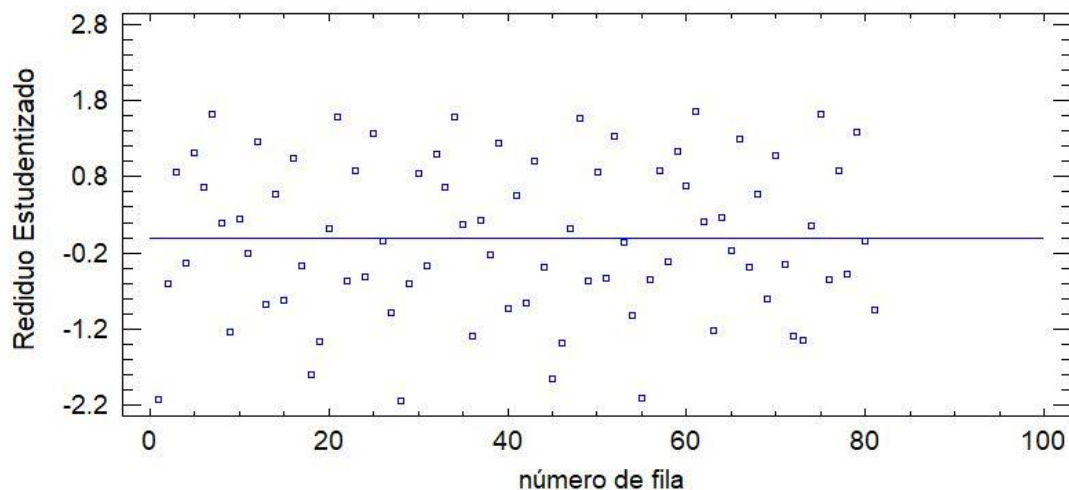


Figura 4. Residuos estudentizados

En la figura 5 se muestra la caída de presión promedio obtenida experimentalmente y mediante el empleo del modelo matemático. En la misma se observa que en todos los casos las barras de error se solapan, evidenciando que el modelo matemático no presenta desviaciones estándar que impidan representar adecuadamente los datos experimentales.

Por tales motivos, el modelo matemático puede ser empleado para predecir la caída de presión en columnas empacadas con zeolita clinoptilolita empleando como fluido un lodo activado con tiempo de retención medio celular de 10 días.

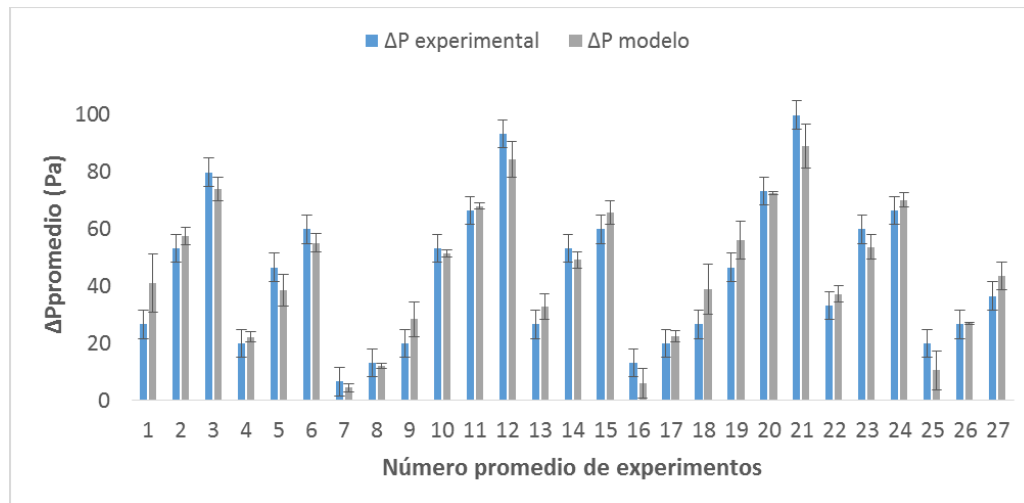


Figura 5. Caída de presión obtenida experimentalmente y por el modelo matemático

CONCLUSIONES

- Los diámetros equivalentes de la zeolita empleada para el estudio fueron de 0,88; 1,49 y 2,36 mm para el intervalo de fracciones 0,5-1,18; 1,18-2,0 y 2,0-4,0 mm respectivamente.
- En la determinación experimental de la caída de presión en columna a partir del diseño experimental (factores: diámetro equivalente de partícula, altura de empaque y flujo volumétrico), se obtuvo que todos los factores ejercieron un efecto estadísticamente significativo sobre la caída de presión con un nivel de confiabilidad del 95%, siendo más notable el diámetro equivalente de partícula.
- El modelo matemático describe con un 92,11% la caída de presión en una columna empacada con zeolita natural clinoptilolita, al que se le hace pasar un flujo de licor mezclado proveniente de un sistema de tratamiento por lodos activados.

REFERENCIAS

APHA and WEF (2005). "Standard methods for examination of water and wastewater", 21st edn. American Public Health Association/American Water Works Association/Water Environment Federation. ISSN: 55-1979. Washington DC, USA.

- Gainza Y., Trujillo E., Rodríguez C. y Rojas A.** (2012). “Diseño y evaluación hidrodinámica de una minicolumna empacada”. *Tecnología Química*; vol. XXXII no. 3; pp. 248-256, ISSN: 2224-6185. Universidad de Oriente. Santiago de Cuba. Cuba.
- González E. y Hernández L.** (2012). “Explicación del rendimiento a partir del contexto: algunas propuestas de análisis gráfico y estadístico”. *Revista Pedagogía*, vol. 6, no. 2, pp. 127-150. ISSN: 0798-9792. Universidad Central de Venezuela. Venezuela.
- Juárez M., Giménez A., Ríos N. y Balzarini M.,** (2007). “Modelación del crecimiento en diámetro de vinal (*Prosopis ruscifolia*) en Santiago del Estero, Argentina Foresta Veracruzana”. *Foresta Veracruzana*; vol. 9; no. 2; pp. 9-15. ISSN: 1405-7247. Recursos Genéticos Forestales México, México.
- Kunii D. and Levenspiel O.** (2013). “Fluidization engineering”. Publisher: Elsevier. ISBN: 0-409-90233-0, USA.
- Muñoz R., Hernández M., Escobedo C., Acevedo L. y Garza A.** (2016). “Eliminación de magnesio de aleaciones de aluminio inyectando zeolita y cenosferas”. *Ingeniería, Investigación y Tecnología*; vol. 17; no. 4; pp. 491-497. ISSN: 1405-7743. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Raggiotti B., Positieri J., Locati F., Murra J. and Marfil S.** (2015). “Zeolite, study of aptitude as a natural pozzolan applied to structural concrete”. *Revista de la Construcción*, vol. 14; no. 2; pp. 14-20. ISSN: 0718-915X, Escuela de Construcción Civil de la Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile. Chile.
- Rincones P. F., Valladares S., Flores D., Ángel J. y Salazar Palencia V.** (2015). “Adsorción de hidrocarburos de petróleo en agua mediante una columna empacada con bagazo de caña de azúcar”. *Saber*, vol. 27; no. 3, pp. 441-453. ISSN: 1315-0162. Revista Multidisciplinaria del Consejo de Investigación de la Universidad de Oriente. Venezuela.
- Rouquerol J., Rouquerol F., Llewellyn P., Maurin G. and Sing S.** (2013). “Adsorption by powders and porous solids: principles, methodology and applications”. Publisher: Academic press. Elsevier. ISBN: 978-0-12-388505-0, USA.
- Vaca M., Chapa M., Sosa M., Monroy M. y Jiménez B.** (1996). “Tratamiento terciario de aguas residuales por filtración e intercambio iónico”. *Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental*; pp. 1-8. ISSN: 0328-2937. Argentina.